Aufgabenblock 1 – Verschiedene Integrale

1.1: Berechnen Sie die Fläche unter der Kurve $f(x) = 3x^2$ im Intervall $[0, 5]$.

Zerlegen Sie anschließend das Integral in zwei Bereiche und Prüfen die Additivität.

1.2: Lösen Sie das folgende Integral durch Anwendung der Linearität der Integrale:

$$\int_1^3 4\pi(\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - x + 1)dx$$

1.3: Integrieren Sie

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} [x + \sin(x)]dx$$

Aufgabenblock 2 – Mittelwert, Kinematik

2.1: Die Temperatur T folge der Funktionen $T(t) = -0.1(t-13)^2 + 20$ (t ist die Zeit in Stunden) zwischen 10 Uhr und 20 Uhr. Wie groß ist die mittlere Temperatur im Zeitintervall [10,20] Uhr?

2.2: Sei $a(t) = a_0\, t^2$ eine Beschleunigungs-Zeit Funktion. Berechnen Sie daraus die Geschwindigkeits-Zeit Funktion. Ist diese eindeutig? Was ist die Dimension von a_0?

Aufgabenblock 3 – Partielle Integration, Substitution

3.1: Berechnen Sie das folgende Integral mit Hilfe partieller Integration

$$\int_1^y dx \, \ln(x)$$

(Hinweis: hier ist ein Standardtrick nützlich. Man denkt sich einen Faktor "1" vor den $\ln()$ geschrieben. "1" ist leicht zu integrieren.)

3.2: Berechnen Sie das Integral durch Substitution der Integrationsvariable

$$\int_0^b dt \, t \, \exp(-\alpha t^2) \, .$$

Hinweis: Das Integral könnten Sie einfach durch raten einer Stammfunktion lösen. Hier soll die Integration aber formal durch geeignete Substitution durchgeführt werden.