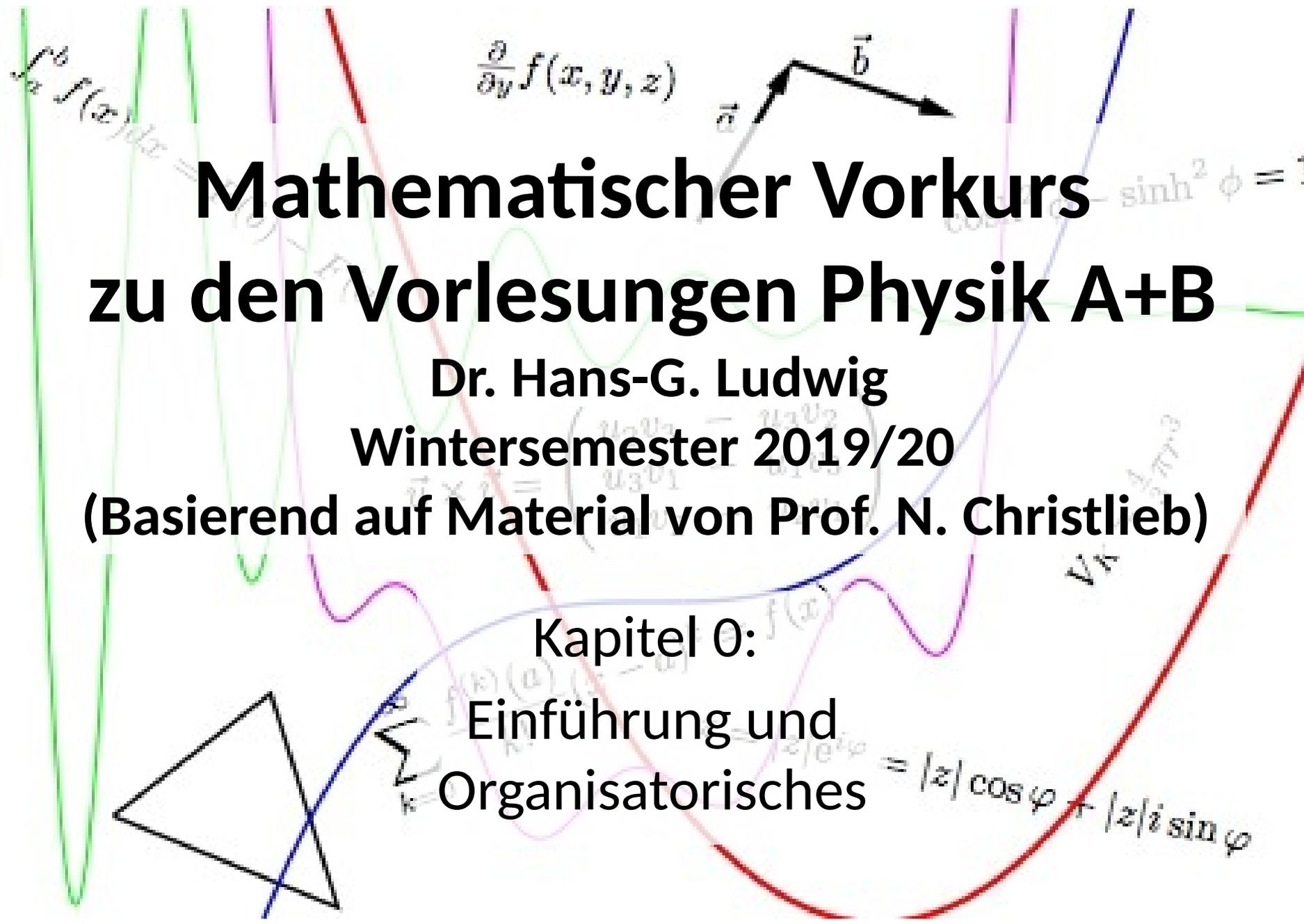


MATH PROBLEMS?

—  Call  —

1-800-[(10x)(13i)^2]-[sin(xy)/2.362x]



Mathematischer Vorkurs zu den Vorlesungen Physik A+B

Dr. Hans-G. Ludwig

Wintersemester 2019/20

(Basierend auf Material von Prof. N. Christlieb)

Kapitel 0:

Einführung und
Organisatorisches

Disclaimer

- Weapons of math instruction will be used!
- You will learn about Al-Gebra!
- Do not use any of this in an airplane!

NEWS

[Home](#)[Video](#)[World](#)[UK](#)[Business](#)[Tech](#)[Science](#)[Magazine](#)[Entertainment & Arts](#)[US & Canada](#)[US Election 2016](#)

Flight delayed after passenger becomes suspicious of equation

 8 May 2016 | [US & Canada](#)

An Italian economist says his flight was delayed after a fellow passenger saw him working on a differential equation and alerted the cabin crew.

Professor suspected of being a terrorist because of a math equation

Passenger Fears Professor Doing Math Is A Terrorist, Delays Flight 2 Hours

A lot of people find math scary. But it's not terrorism.

Passenger Delays Flight After Mistaking Math Equations for Terrorist Code

Rampage | Opinion

Ivy League economist ethnically profiled, interrogated for doing math on American Airlines flight

Vorbemerkungen

- Teilnahme ist freiwillig!
- Service-Angebot für Sie, damit Sie den Vorlesungen Physik A+B inhaltlich folgen können, und die Klausuren bestehen.
- Keine Leistungserhebung, deswegen keine Leistungspunkte.

Mobiltelefon bitte ausschalten!



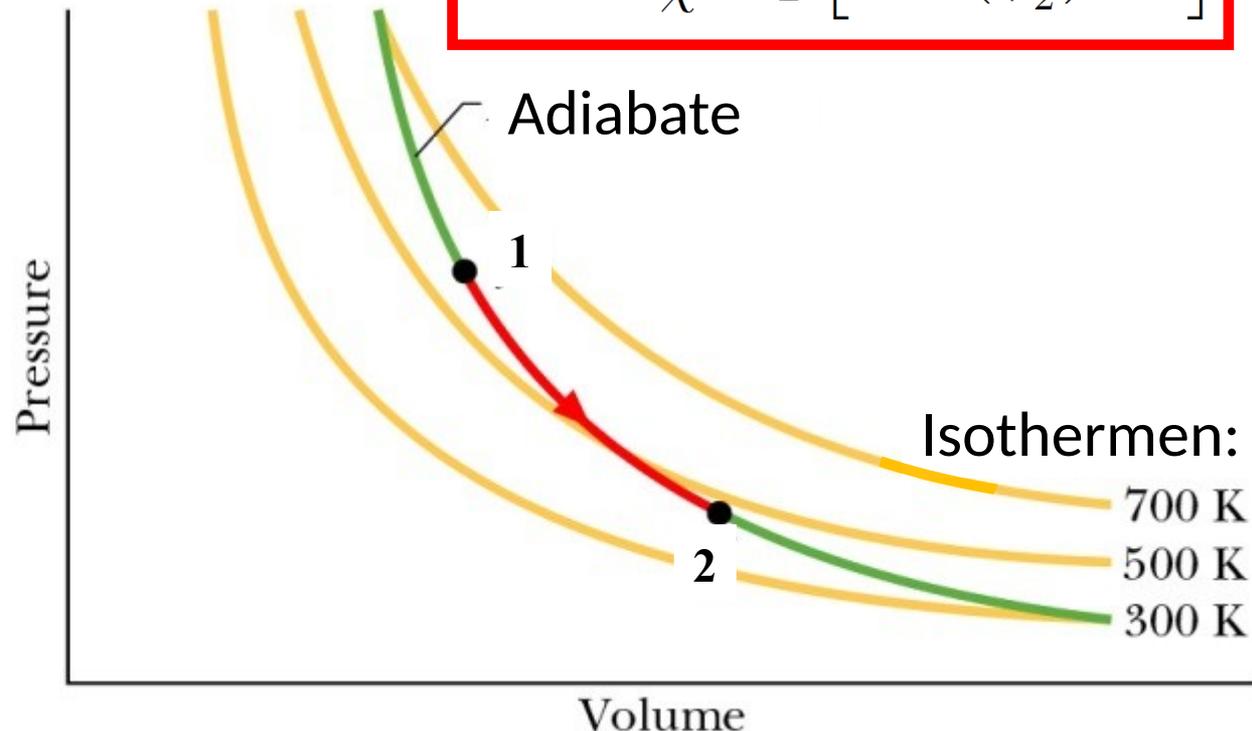
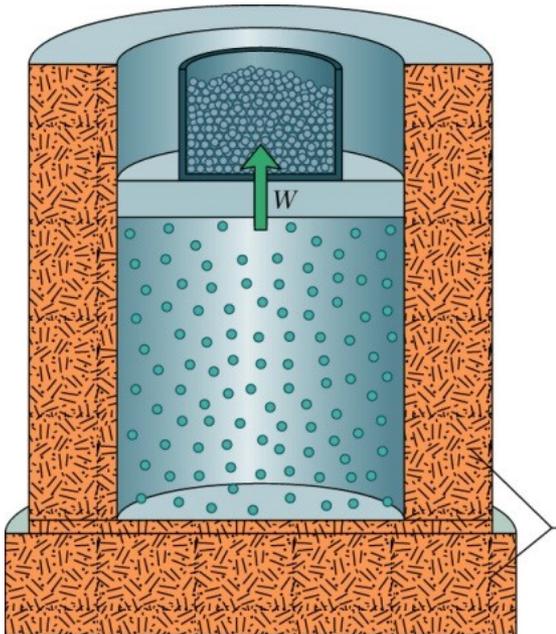
A green rectangular sign with rounded corners and a white border, mounted on two wooden posts. The sign features the word "Motivation" in a large, white, sans-serif font. The background is a bright blue sky with scattered white clouds. The sign is tilted slightly to the right.

Motivation

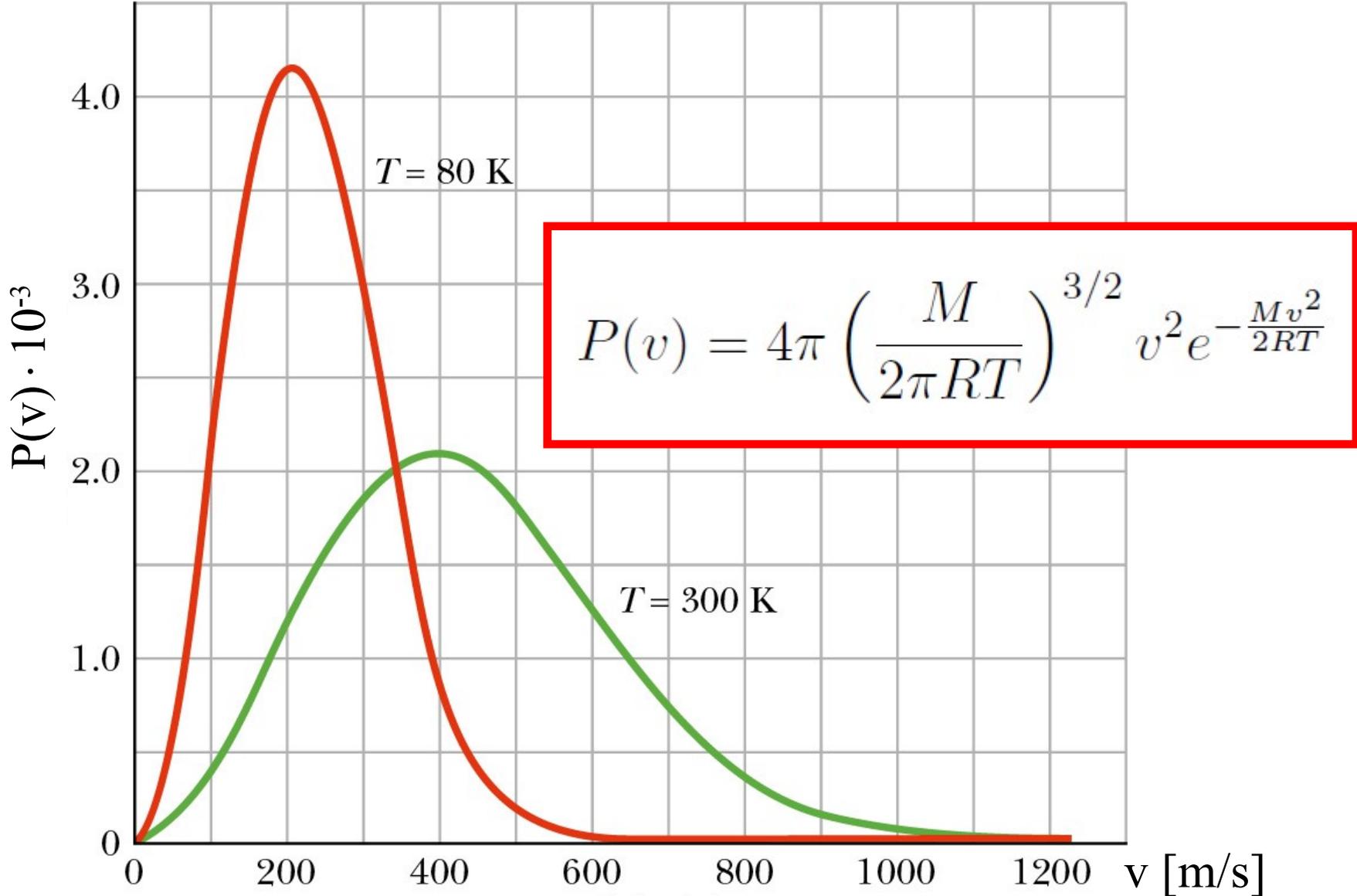
Adiabatische Zustandsänderung

- Adiabatisch heißt: $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta W$.
- Realisierung: Sehr schnell ablaufende Prozesse.
- Hier gilt: $pV^\chi = \text{const.}$, mit χ („chi“) = Adiabatenindex.

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1}{\chi - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\chi - 1} \right]$$



Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung



Plancksches Strahlungsgesetz

$$B_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \left(e^{hc/\lambda k_B T} - 1 \right)^{-1}$$

λ : Wellenlänge

T : Temperatur

h : Plancksche Konstante; $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js

c : Lichtgeschwindigkeit; $c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s

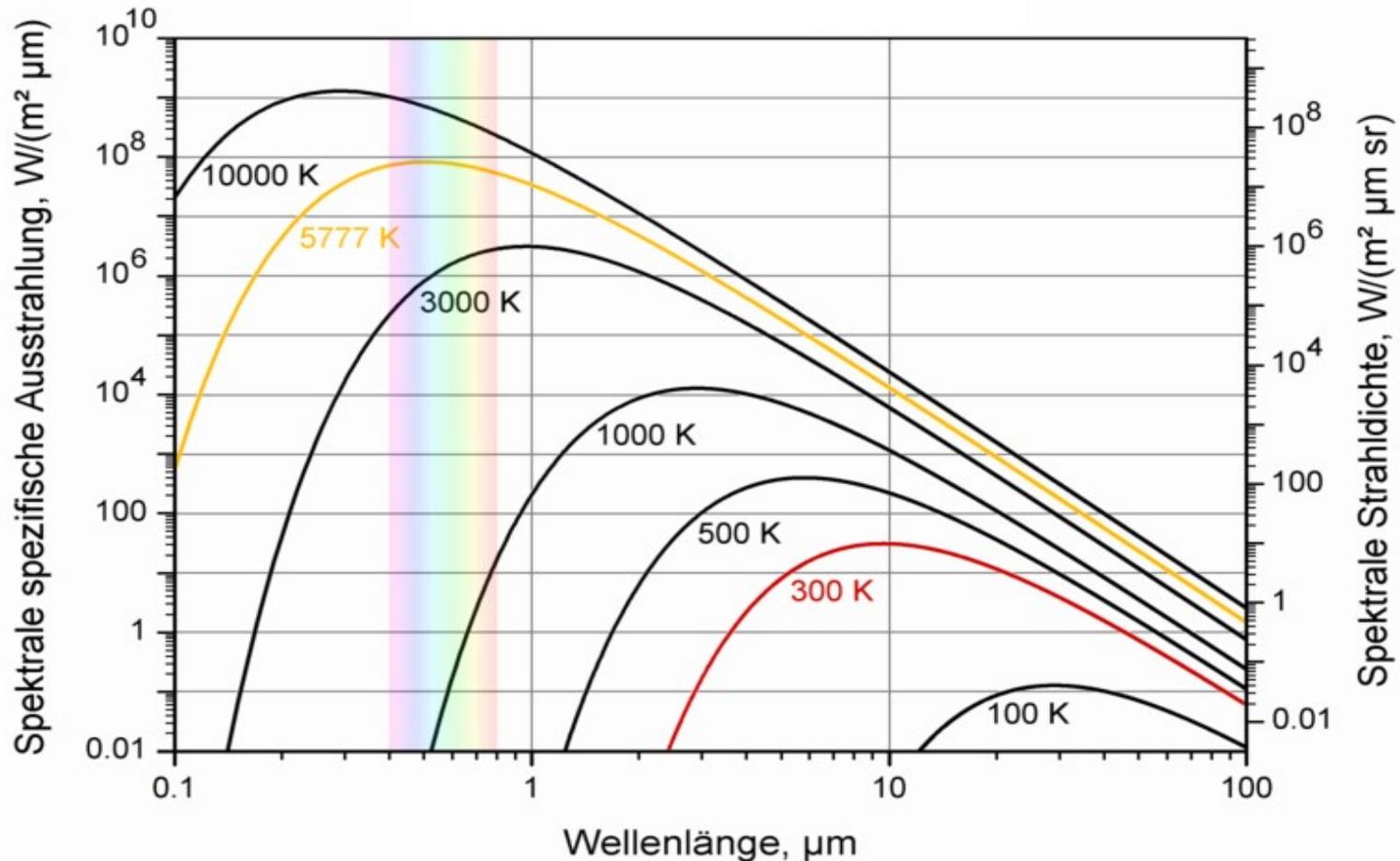
k_B : Boltzmann-Konstante; $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}$ J/K

Integration von $B_{\lambda}(\lambda, T)$ über alle Wellenlängen λ ,
Raumwinkel Ω , und Oberfläche A liefert Leuchtkraft L .

Wiensches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} = \frac{2,9 \text{ mm}}{T [\text{K}]}$$

Exp.: Glühdraht



2D-Kinematik

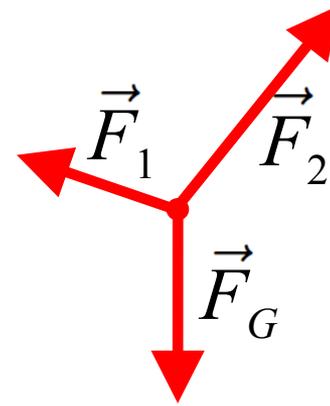
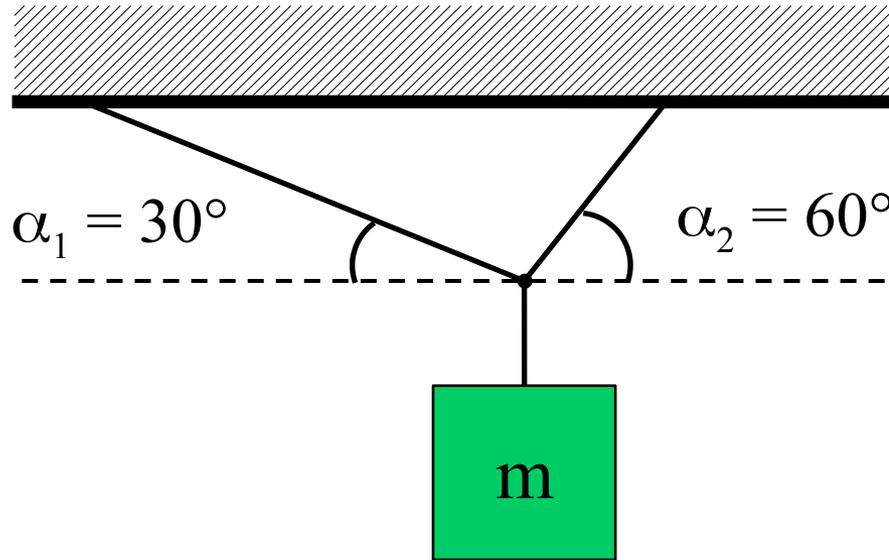
- Bewegungen in einer Ebene.
- Wenn Koordinatenachsen senkrecht (z.B. kartesisches Koordinatensystem; Gegenbeispiel: Polarkoordinaten), dann ist die 2D-Bewegung die Vektorsumme zweier unabhängiger 1D-Bewegungen.
- Daher nun Übergang zu Vektorgrößen:

$$x \rightarrow \vec{x}$$

$$v \rightarrow \vec{v} := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

$$a \rightarrow \vec{a} := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

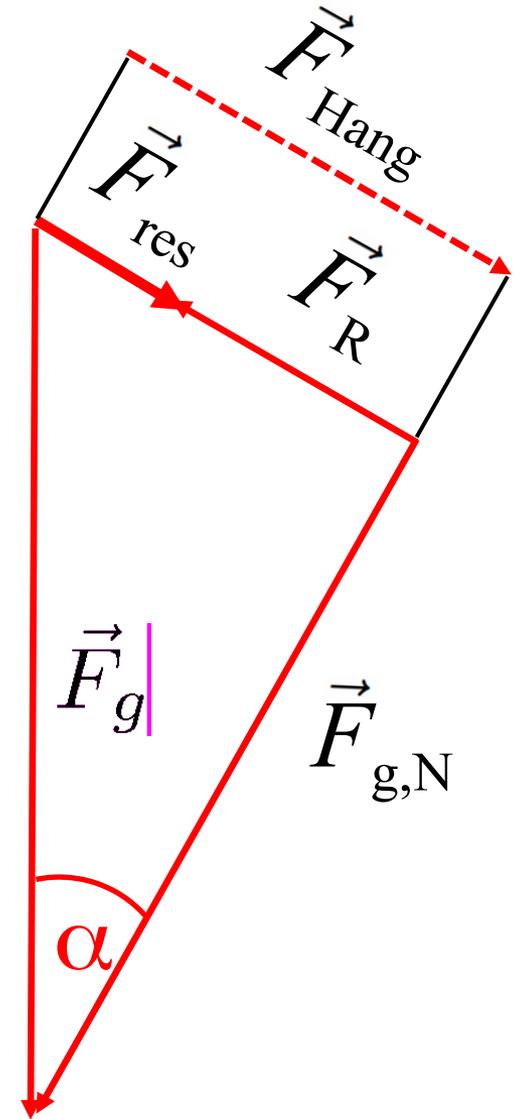
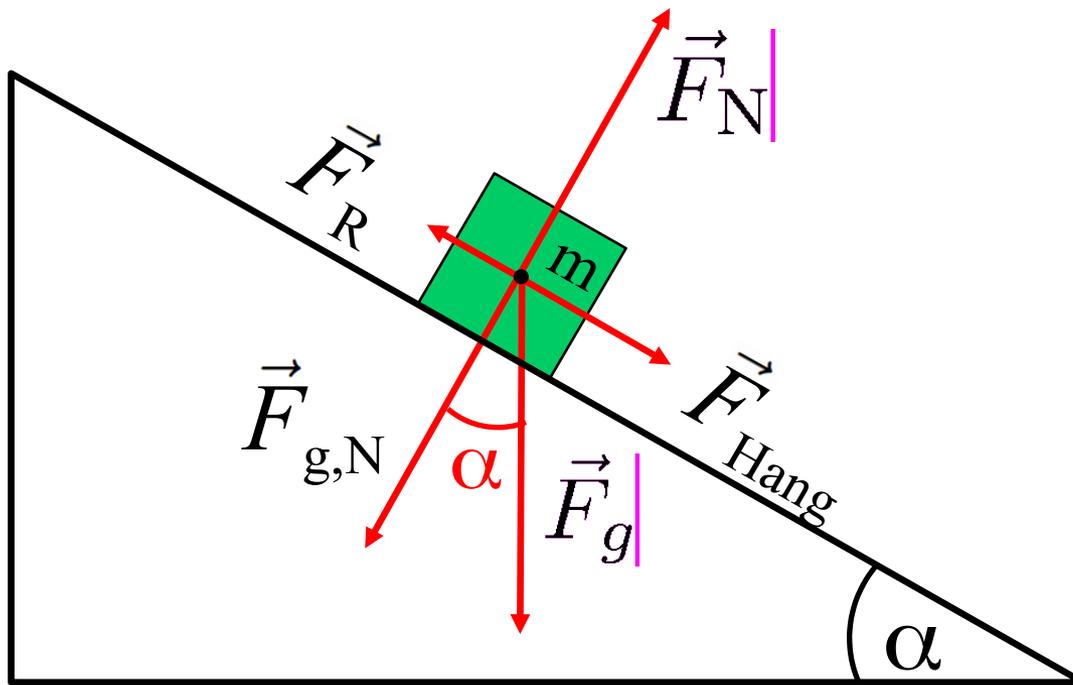
Kräftediagramme



$$|\vec{F}_2| = \frac{mg}{\sin \alpha_2 + \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1} = 8,5 \text{ N} \quad (m = 1 \text{ kg})$$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = 4,9 \text{ N} \quad (m = 1 \text{ kg})$$

Schiefe Ebene mit Reibung



$$F_{res} = m \cdot g (\sin \alpha - \mu_G \cos \alpha)$$

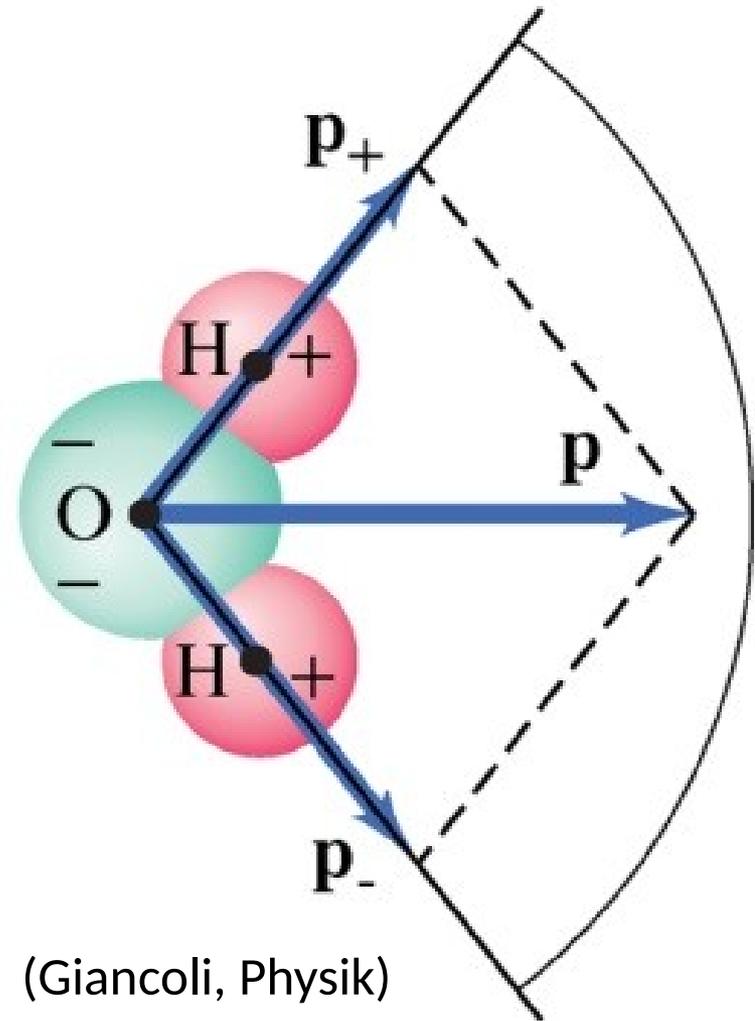
Dipolmoment von Molekülen

H₂O $6,152 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

CO $0,367 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

NaCl $28,356 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

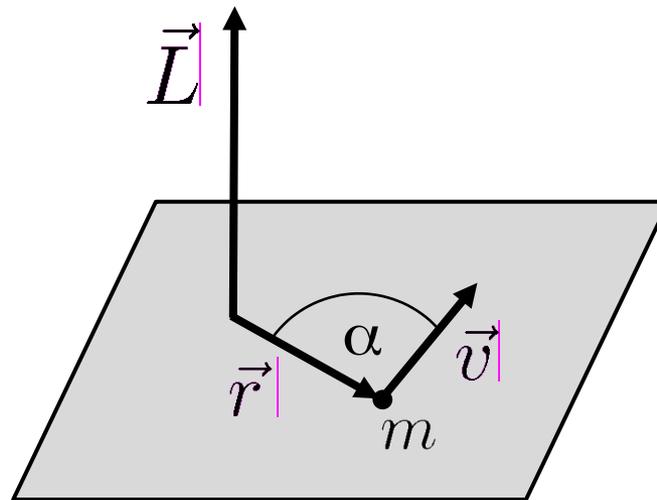
(Quelle: Wikipedia)



(Giancoli, Physik)

Drehimpuls

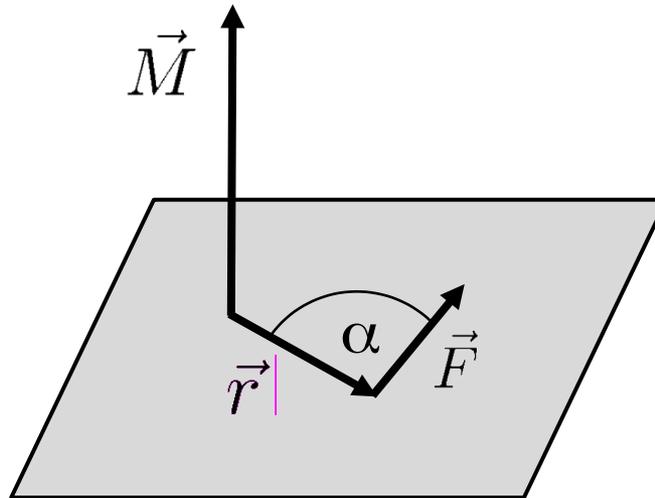
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$



Drehmoment

$$\vec{M} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

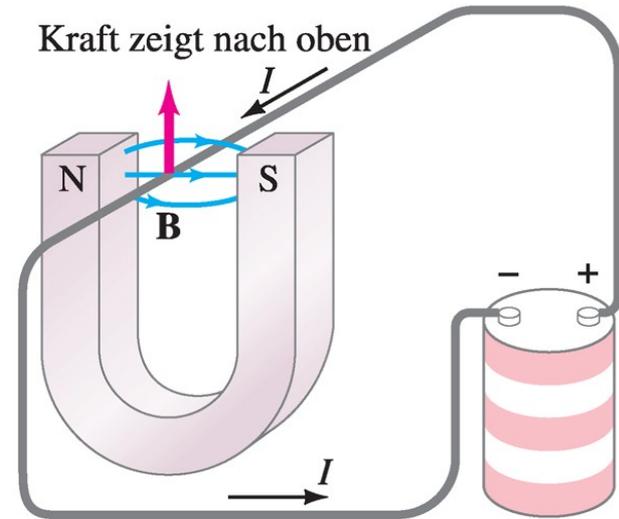
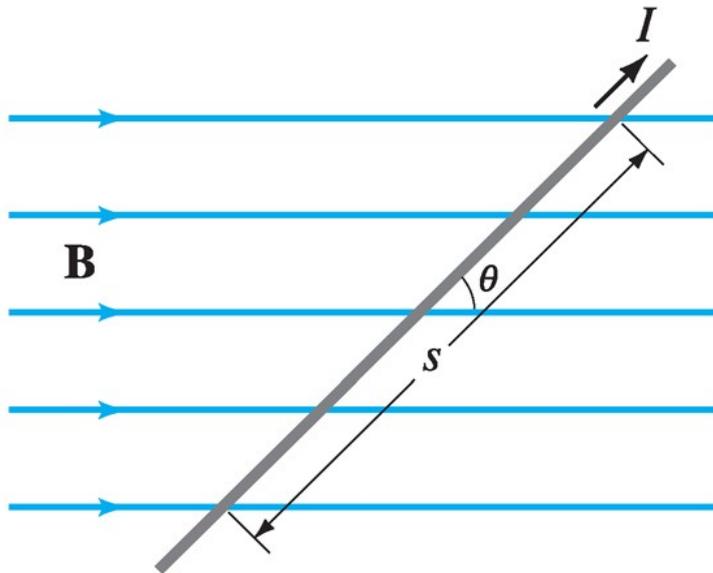
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



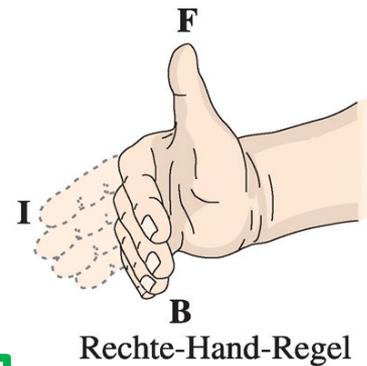
Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

$$\vec{F} = I \vec{s} \times \vec{B}$$

$$[B] = \frac{\text{N}}{\text{A m}} = \text{Tesla} = \text{T} = 10^4 \text{ Gau\ss}$$



(Giancoli, Physik)

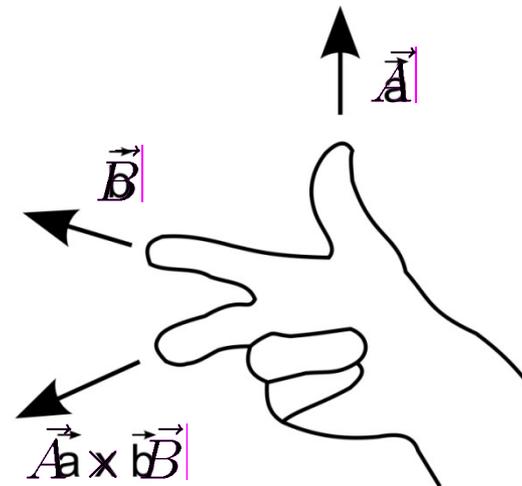
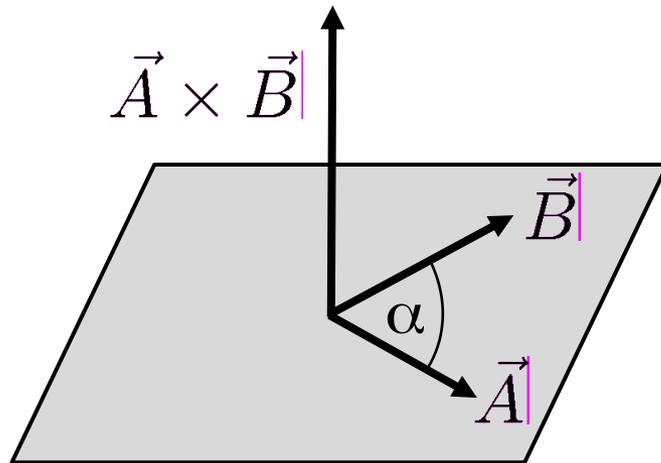


Exp.: Kraft zwischen zwei Kabeln

Vektorkreuzprodukt

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{n} |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

- $|\vec{A} \times \vec{B}|$ = Fläche des Parallelogramms, das durch die beiden Vektoren aufgespannt wird.
- Der Normalenvektor \vec{n} steht senkrecht auf \vec{A} und \vec{B} .
- Orientierung von \vec{n} : Rechte-Hand-Regel.



Berechnung des Kreuzprodukts mit der Regel von Sarrus

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z & \vec{e}_x & \vec{e}_y \\ A_x & A_y & A_z & A_x & A_y \\ B_x & B_y & B_z & B_x & B_y \end{vmatrix}$$

■ Hauptdiagonalen: +

■ Nebendiagonalen: -

$$= \vec{e}_x A_y B_z + \vec{e}_y A_z B_x + \vec{e}_z A_x B_y - \vec{e}_z A_y B_x - \vec{e}_x A_z B_y - \vec{e}_y A_x B_z$$
$$= \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

Eigenschaften des Kreuzprodukts

- (1) Wenn $|\vec{A}| \neq 0$ und $|\vec{B}| \neq 0$, aber $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$, dann ist $\vec{A} \parallel \vec{B}$.
- (2) Für gegebene \vec{A} und \vec{B} hat $|\vec{A} \times \vec{B}|$ den größten Wert, wenn $\vec{A} \perp \vec{B}$.
- (3) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ (wg. rechter-Hand-Regel).
- (4) $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$.
- (5) $(\lambda\vec{A}) \times \vec{B} = \lambda(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \times (\lambda\vec{B})$.
- (6) Für die Einheitsvektoren im kartesischen Koordinatensystem gilt:
 - (a) $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$;
 - (b) $\vec{e}_y \times \vec{e}_z = \vec{e}_x$;
 - (c) $\vec{e}_z \times \vec{e}_x = \vec{e}_y$.

Kraft

- Kraft ist definiert als die zeitliche Änderung des Impulses:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Wenn $v \ll c$, d.h. im nicht-relativistischen Fall.

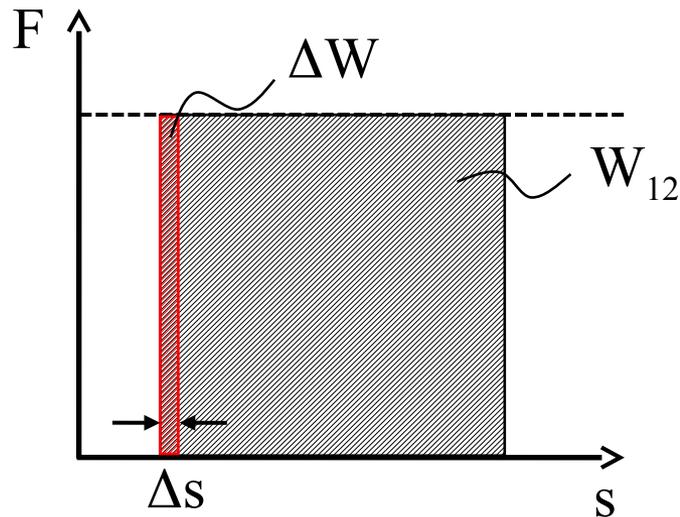
- Einheiten:

$$[\vec{F}] = \text{Newton} = \text{N} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

- Beispiel: Schwerkraft. $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$

Kraft-Weg-Diagramme

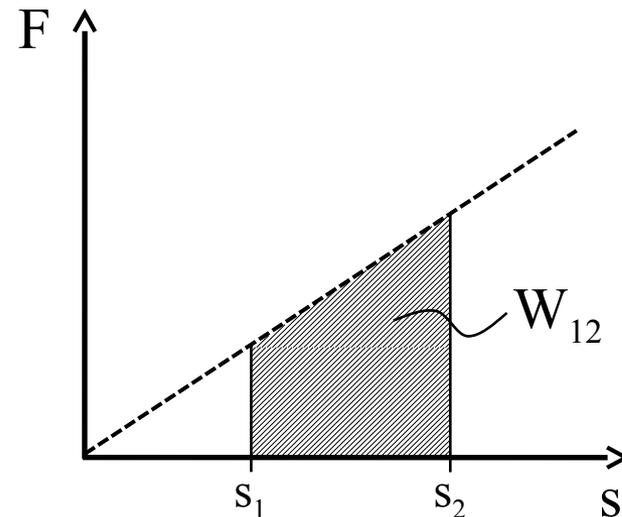
- Ortsunabhängige Kräfte:



$$\Delta W = F \cdot \Delta s$$

$$W = F \cdot s$$

- Ortsabhängige Kräfte:



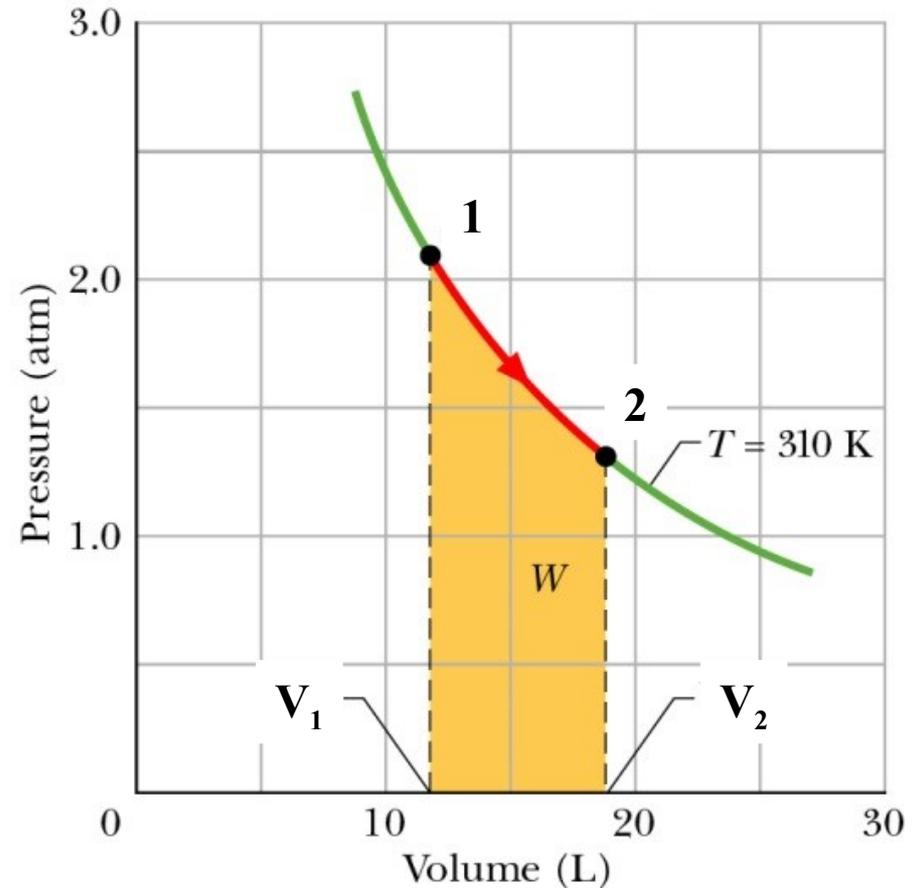
$$dW = F ds$$

$$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} F ds$$

Zustandsänderungen und Arbeit

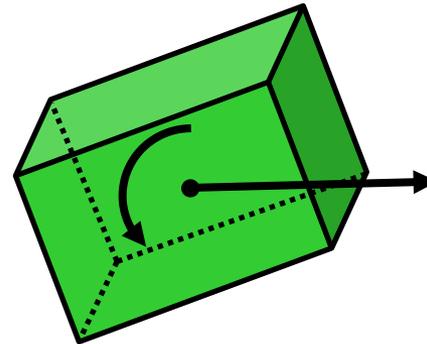
$$W_{12} = \int dW = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

- D.h. die Arbeit W_{12} entspricht der Fläche unter der Kurve der Zustandsänderung im p,V -Diagramm.



Starre Körper

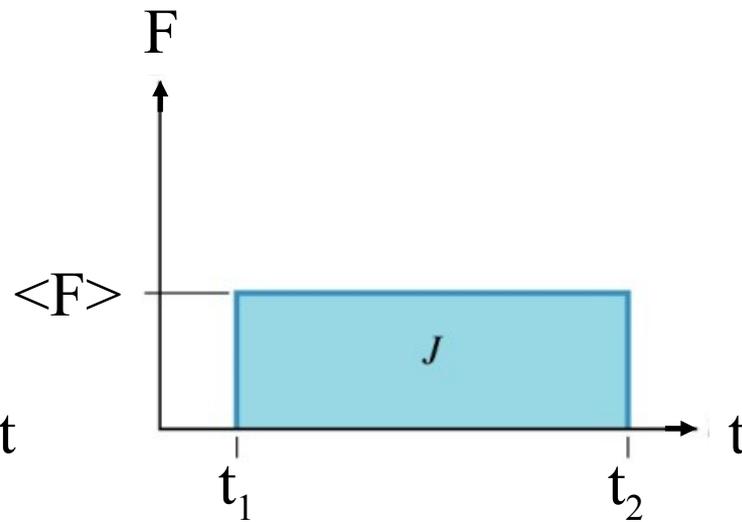
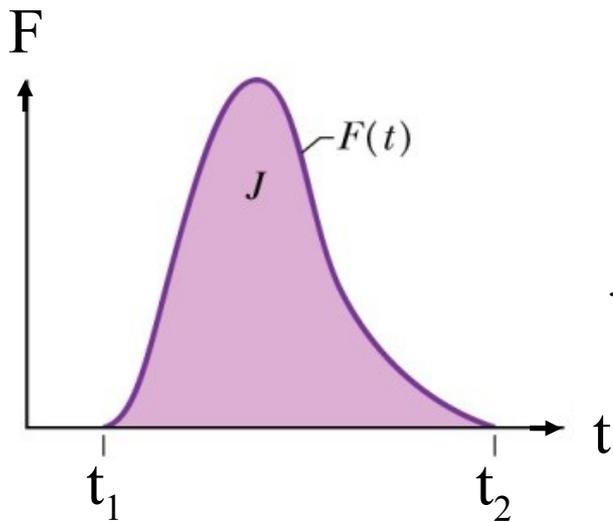
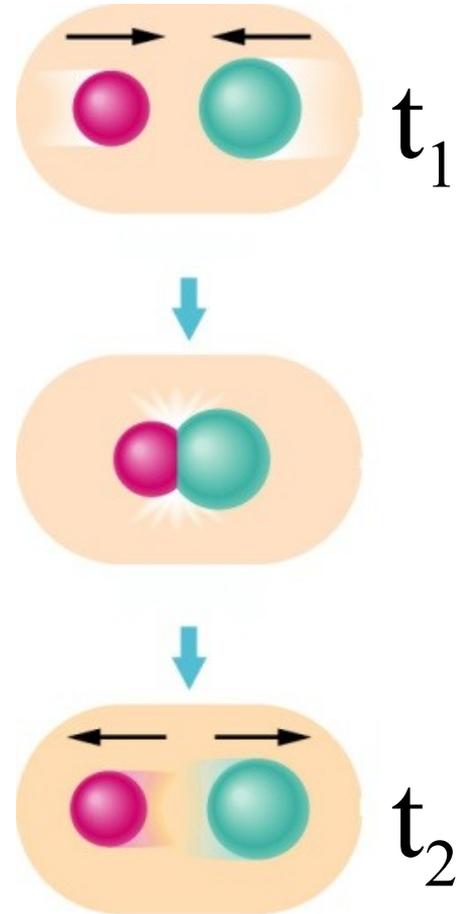
- **Definition:** Verteilung der Masse innerhalb des Körpers ist konstant.
- Gegenbeispiel: Mit Wasser gefüllter Luftballon.
- Komplexe Bewegungen können zerlegt werden in
 - a) Translationsbewegung des Schwerpunkts;
 - b) Rotation des Körpers um den Schwerpunkt.
- Koordinaten des Schwerpunkts bei kontinuierlicher Massenverteilung:



$$x_s = \frac{1}{M} \int x \, dm \quad y_s = \frac{1}{M} \int y \, dm \quad z_s = \frac{1}{M} \int z \, dm$$

Kraftstoß

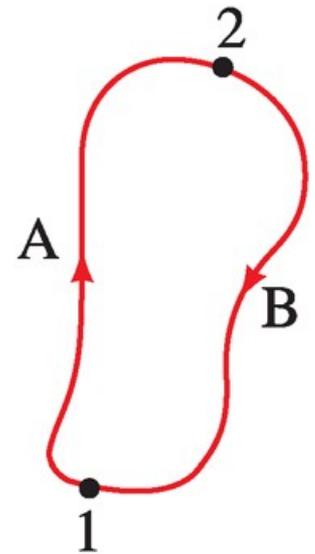
$$\Delta \vec{p} = \vec{J} := \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$$



Konservative Kräfte

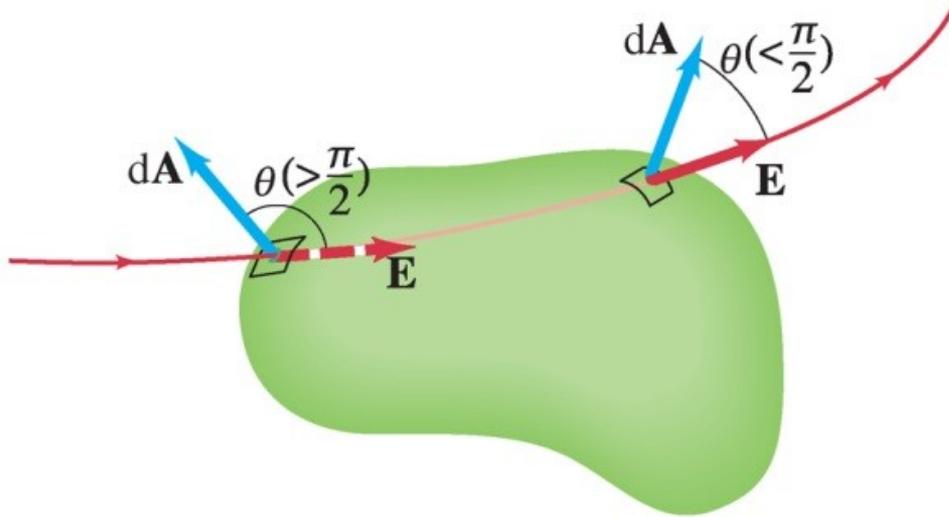
- Bei konservativen Kräften hängt die geleistete Arbeit nur vom Anfangs- und Endpunkt der Bewegung ab, und *nicht* vom Weg zwischen diesen Punkten.
- Andere Formulierung: Integral über einen geschlossenen Weg ist Null.

$$\oint \vec{F} d\vec{s} = 0$$



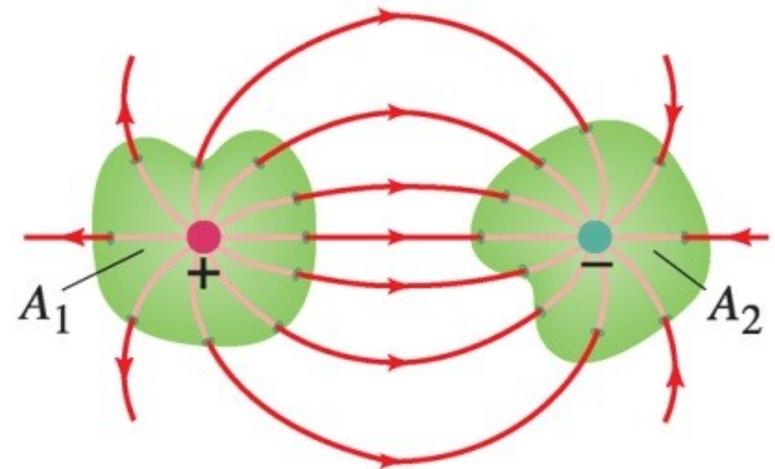
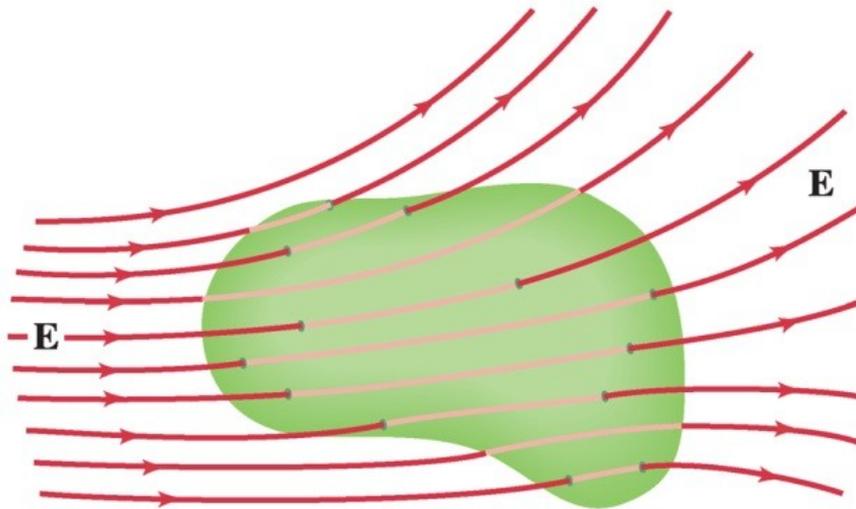
- Beispiel: Gravitationskraft. Geleistete Arbeit hängt nur von Höhendifferenz ab ($W_{12} = m \cdot g \cdot \Delta h$).

Gaußscher Satz für das E-Feld



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ein}}}{\epsilon_0}$$

Das elektrische Feld
ist ein Quellenfeld.



(Giancoli: Physik)

Elektrisches Potential Φ

$$\Phi = \frac{E_{\text{pot}}}{q} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

- Zusammenhang zwischen Φ und dem E-Feld:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

mit dem Nabla-Operator (auch ∇)

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

Maxwell-Gleichungen

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{ein}}/\epsilon_0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} - \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 i_{\text{um}}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

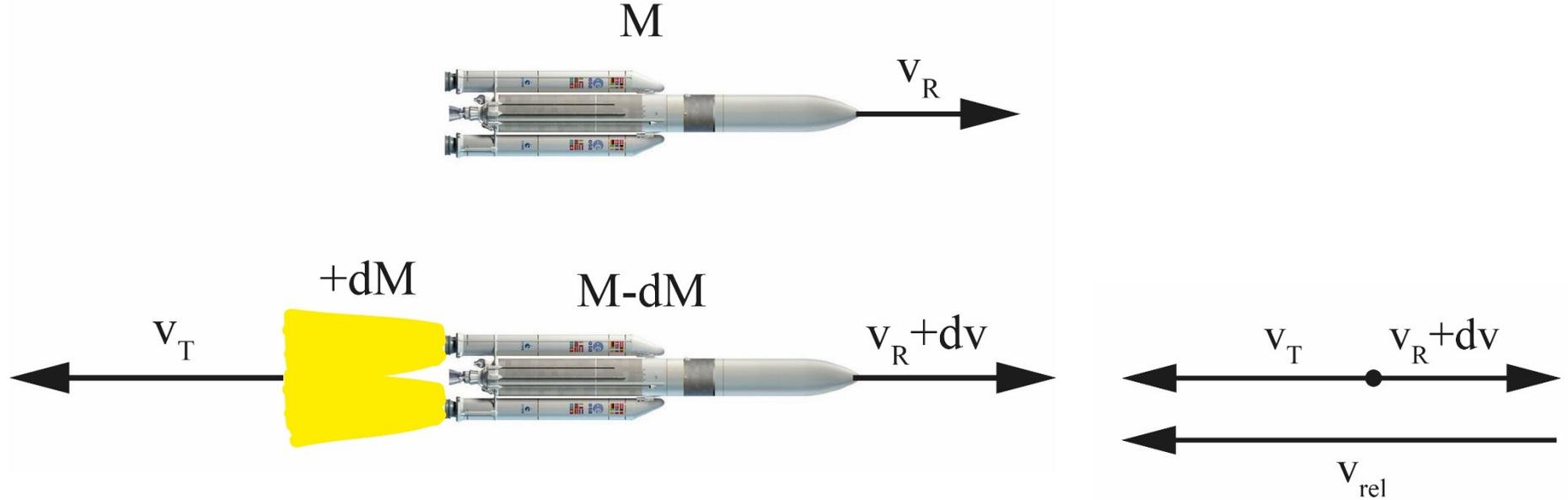
$$\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j}$$

Gradient, Divergenz, Rotation

- Gradient (grad):
- Divergenz (div):
- Rotation (rot):

Raketen



$$\frac{dM}{dt} v_{rel} = M a$$

$$v_2 - v_1 = -v_{rel} \ln \frac{M_1}{M_2}$$

- $dM/dt < 0$ und $v_{rel} < 0$.
- Schwerebeschleunigung nicht berücksichtigt!

Gedämpfte Schwingungen

- Differentialgleichung für **ungedämpfte** harmonische Schwingungen (im Falle des Federpendels):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{D}{m} x = 0$$

- Annahme: Reibungskraft F_R proportional zur Geschwindigkeit v , d.h.

$$F_R = -b v$$

- Differentialgleichung für **gedämpfte** harmonische Schwingungen (im Falle des Federpendels):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{D}{m} x = 0$$

Erzwungene Schwingungen

- Ein gedämpfter, harmonischer Oszillator werde mit einer periodischen äußeren Kraft $F(t)$ angeregt:

$$F(t) = F_m \cos \omega_e t$$

- Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{D}{m} x = \frac{F_m}{m} \cos \omega_e t$$

(Inhomogene, lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.)

Erzwungene Schwingungen

- Lösung der o.g. Differentialgleichung:

$$x(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega' t + \varphi) + A_V \cos(\omega_e t - \phi)$$

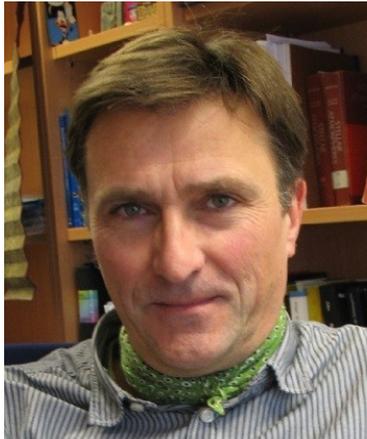
mit der Verschiebungsamplitude A_V

$$A_V = \frac{F_m}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + b^2\omega_e^2}}$$

Für die Phasendifferenz ϕ gilt:

$$\tan \phi = \frac{b\omega_e}{m(\omega_0^2 - \omega_e^2)}$$

Der Dozent



Dr. Hans-Günter Ludwig

Zentrum für Astronomie

Landessternwarte

H.Ludwig@lsw.uni-heidelberg.de

06221-54-1788 (Büro)

06221-54-1781 (Sekretärin)

Webseite mit Kursmaterial, vornehmlich Aufgaben:

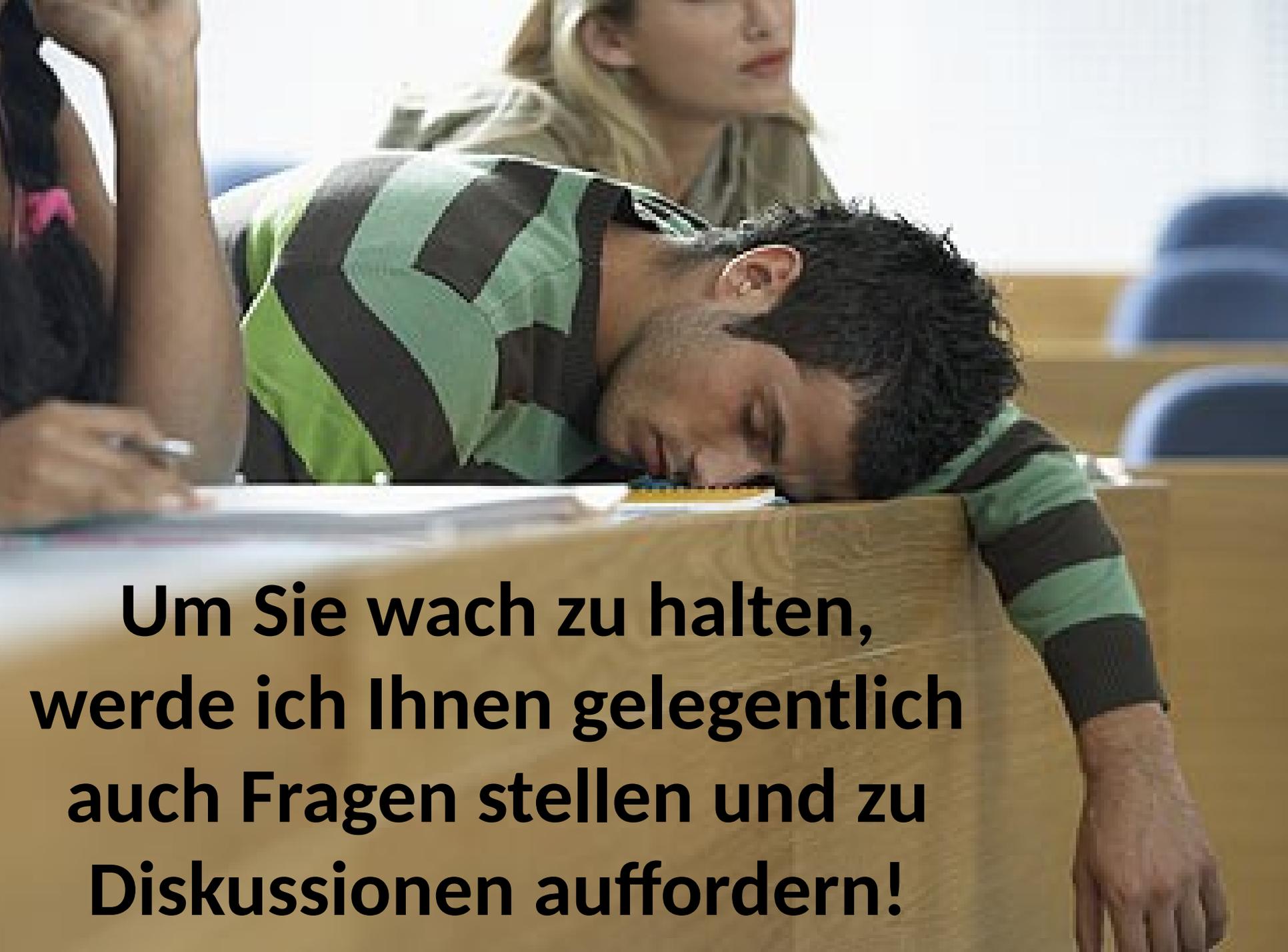
<https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/hludwig/MatheVorkurs2019>

Format

- Erklärung eines Themengebietes an der Tafel, manchmal ein paar mit Folien zur Unterstützung.
- Selbständiges Lösen von Übungsaufgaben.
Bei Fragen erstmal an die Nachbarn wenden, danach an die TutorInnen oder mich.
=> Bitte möglichst jede zweite Reihe frei lassen!
- Vorführung und Diskussion des Lösungsweges.
- Zwischendurch mehrmals 15 Minuten Pause.

Zwischenfragen sind erwünscht!





**Um Sie wach zu halten,
werde ich Ihnen gelegentlich
auch Fragen stellen und zu
Diskussionen auffordern!**

$$2 + 2 = 6$$

**Bitte machen Sie mich
auf Fehler aufmerksam!**

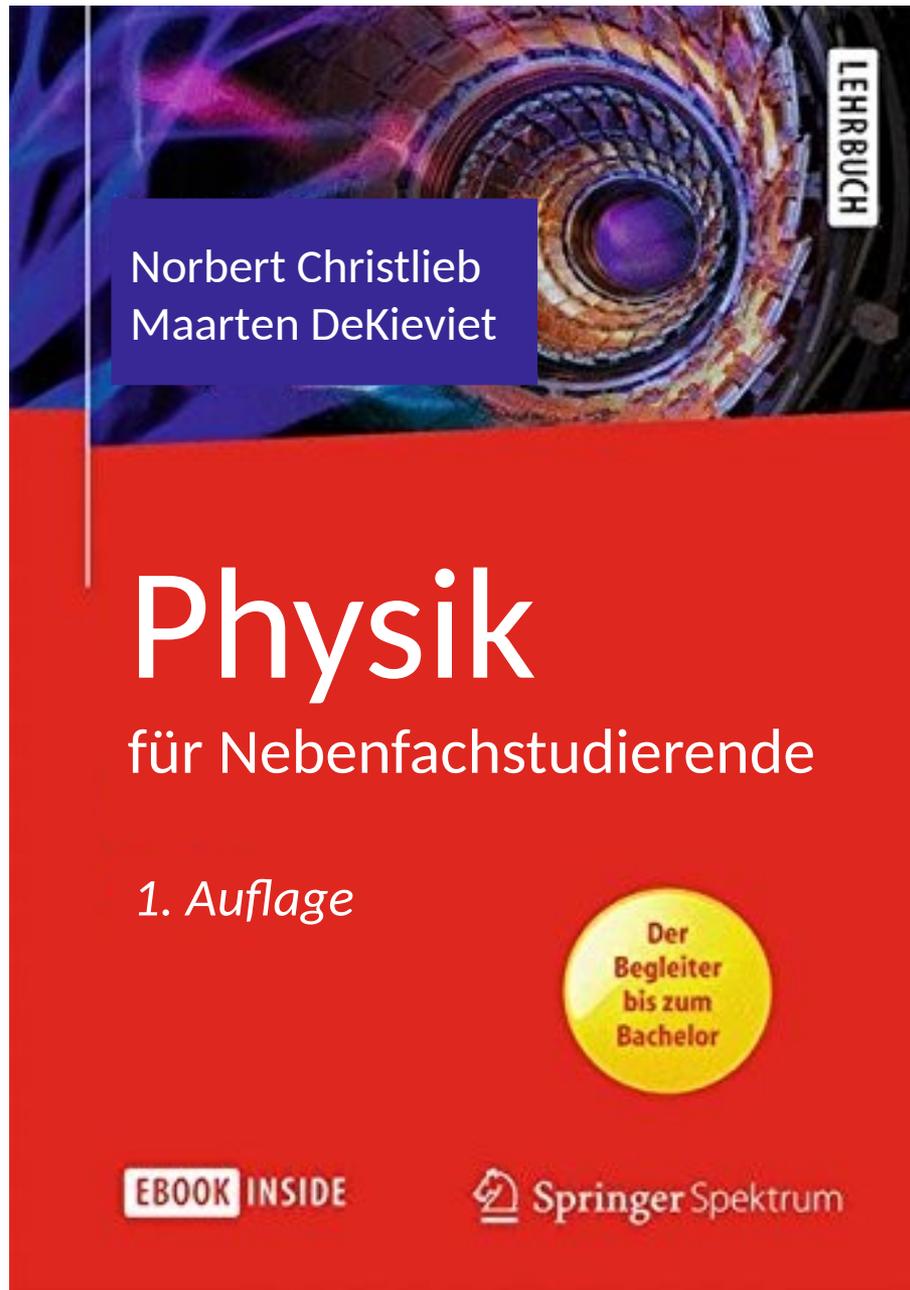


Inhalt

- Nur das, was Sie wirklich unbedingt für die Vorlesungen Physik A+B brauchen.
- Praxisorientiert, rezeptartig; kaum mathematischen Beweise!

Vorläufiger Stoffplan

- (1) Grundlagen (Zahlen, Zeichen, Gleichungen, physikalische Einheiten, Funktionen).
- (2) Differentialrechnung.
- (3) Integralrechnung.
- (4) Vektoranalysis.
- (5) Differentialgleichungen.
- (6) Komplexe Zahlen



Norbert Christlieb
Maarten DeKieviet

LEHRBUCH

Physik

für Nebenfachstudierende

1. Auflage

Der
Begleiter
bis zum
Bachelor

EBOOK INSIDE

 Springer Spektrum

Übungs- und Lehrbuch

Murray R. Spiegel:
*Einführung in die höhere
Mathematik*, McGraw-
Hill, ca. 30 €.

(Leider nur noch
antiquarisch... Bzw.
Präsenzexemplare z.B. in
der Physik.)

SCHAUM

ÜBERBLICKE

AUFGABEN

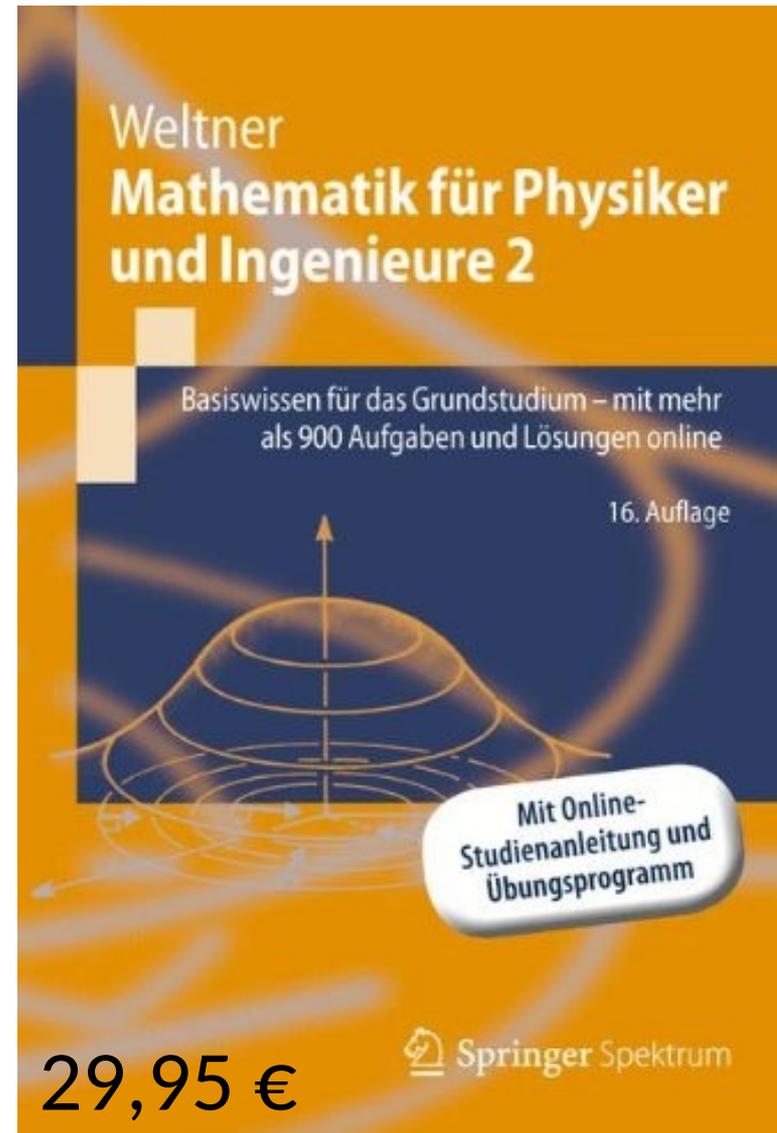
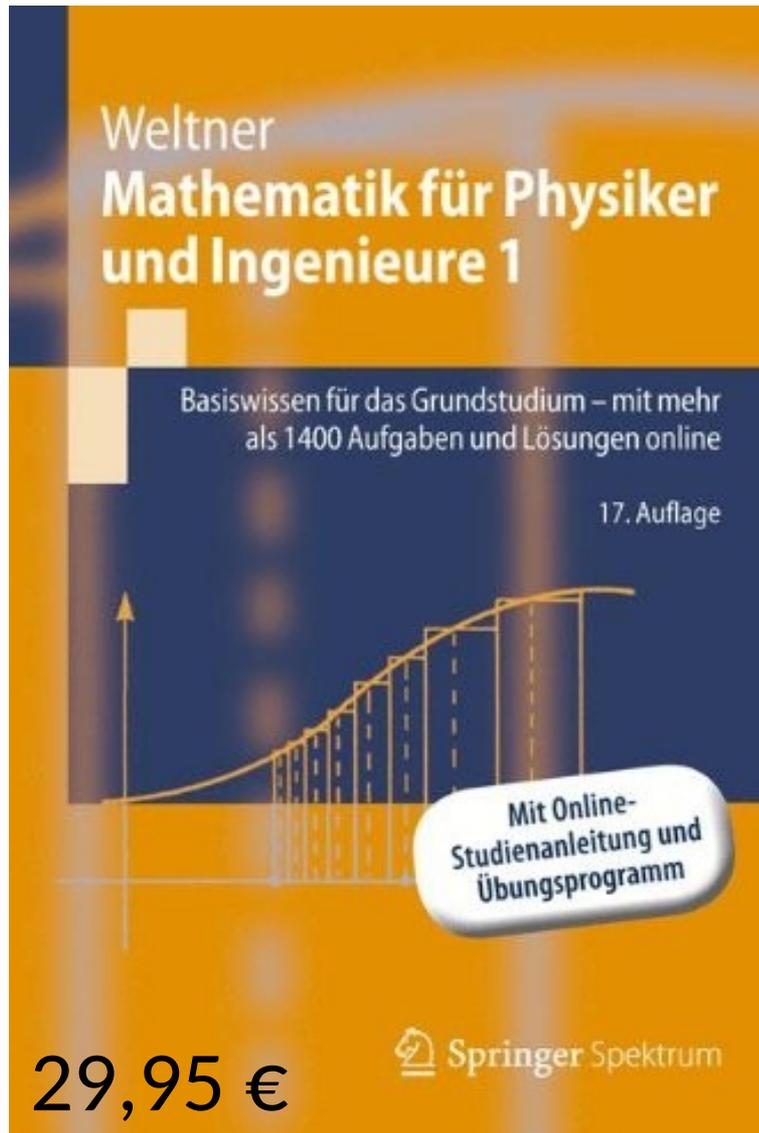
EINFÜHRUNG IN DIE HÖHERE MATHEMATIK

Theorie und Anwendung
Murray R. Spiegel

925
ausführliche
Lösungsbeispiele

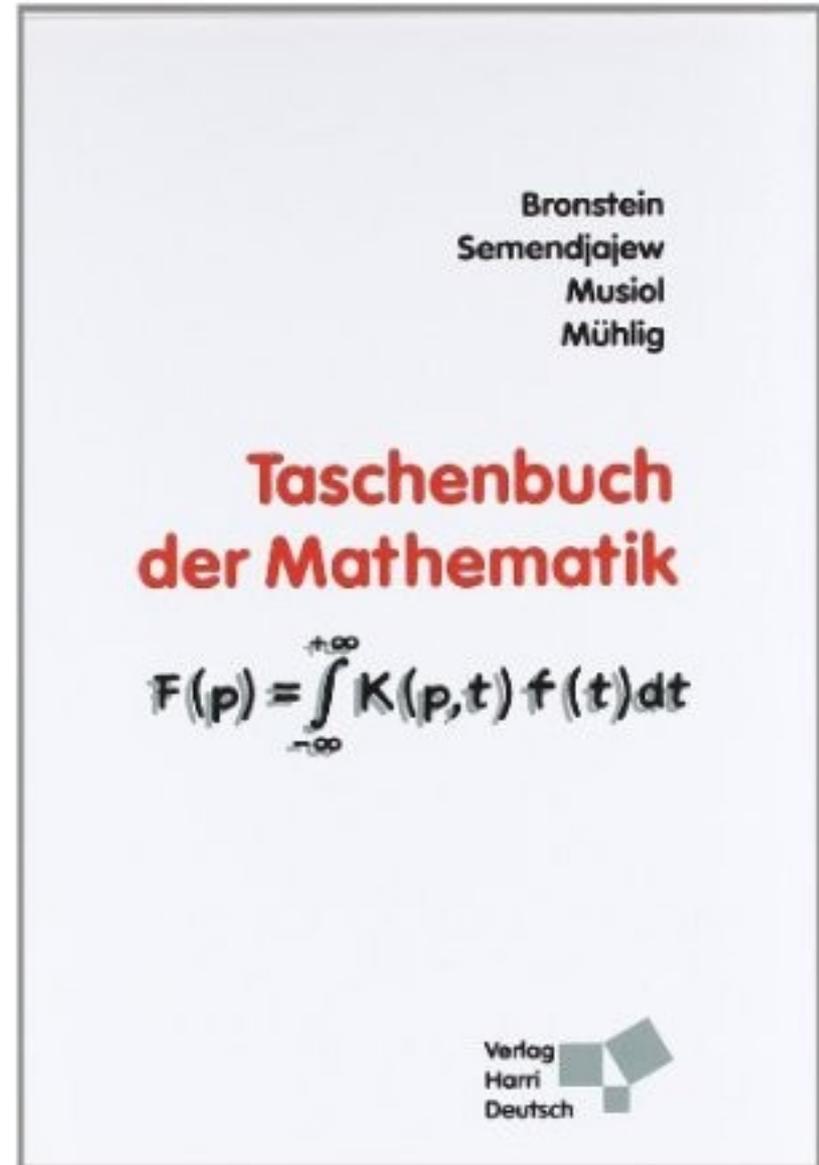
McGRAW-HILL BOOK COMPANY

Lehr- und Übungsbücher



Mathematik-Nachschlagewerk

Bronstein, Semendjajew,
Musiol, Mühlig: *Taschenbuch
der Mathematik*, Verlag Harri
Deutsch, ca. 29,95 €.



Weitere Materialien

- Vorkurs Physik A+B von Jörg Marks:
<http://www.physi.uni-heidelberg.de/~marks/mathevorkurs/>

(ACHTUNG: Einige kleinere Fehler...)

- Vorkurs Physik Hauptfach von Klaus Hefft:
<https://www.thphys.uni-heidelberg.de/~hefft/vk1>

Umfangreicher als was hier besprochen wird

In Deutsch, Englisch, Spanisch, Russisch

Viele Aufgaben mit Lösungen zum Selbststudium

A large brown bear is lying down on a grey, textured rock surface. The bear's head is resting on the left side of the rock, and its body extends towards the right. The bear's fur is thick and brown. A semi-transparent dark grey rectangular box is overlaid on the bear's midsection, containing the text "15 Minuten Pause!".

15 Minuten Pause!