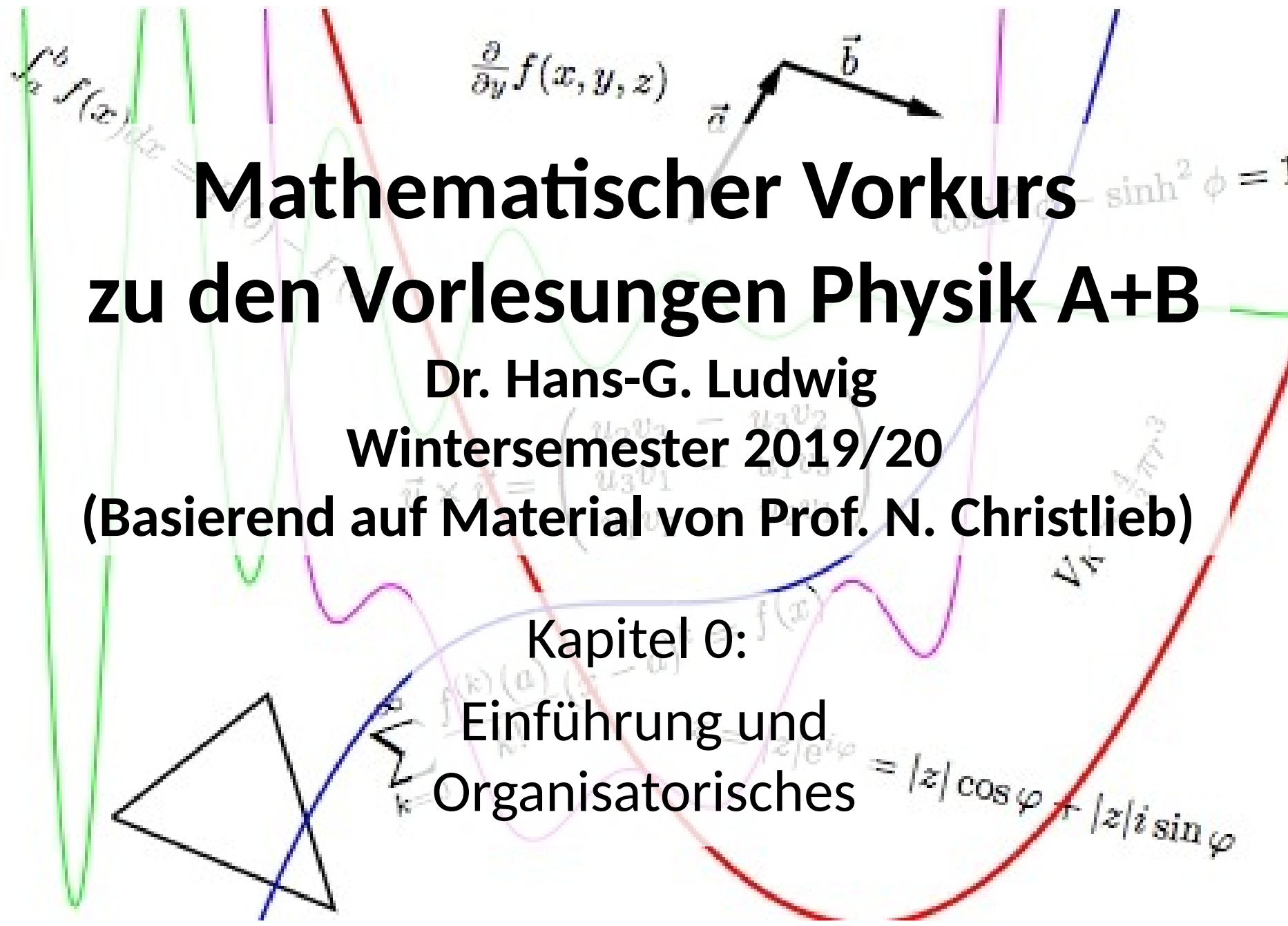


# MATH PROBLEMS?

—  Call  —

1-800-[(10x)(13i)^2]-[sin(xy)/2.362x]



$$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y, z)$$



$$\cosh^2 \phi - \sinh^2 \phi = 1$$

# Mathematischer Vorkurs zu den Vorlesungen Physik A+B

Dr. Hans-G. Ludwig

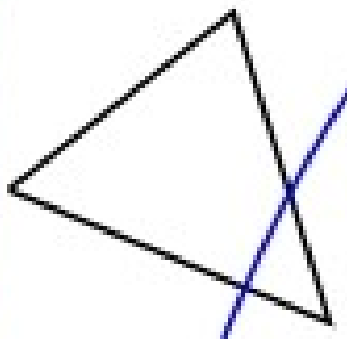
Wintersemester 2019/20

(Basierend auf Material von Prof. N. Christlieb)

Kapitel 0:

Einführung und  
Organisatorisches

$$= |z| \cos \varphi + |z| i \sin \varphi$$



# Disclaimer

- Weapons of math instruction will be used!
- You will learn about Al-Gebra!
- Do not use any of this in an airplane!

# NEWS

[Home](#)[Video](#)[World](#)[UK](#)[Business](#)[Tech](#)[Science](#)[Magazine](#)[Entertainment & Arts](#)[US & Canada](#) | [US Election 2016](#)

## Flight delayed after passenger becomes suspicious of equation

 8 May 2016 | [US & Canada](#)

**An Italian economist says his flight was delayed after a fellow passenger saw him working on a differential equation and alerted the cabin crew.**

**Professor suspected of being a terrorist because of a math equation**

## **Passenger Fears Professor Doing Math Is A Terrorist, Delays Flight 2 Hours**

A lot of people find math scary. But it's not terrorism.

# **Passenger Delays Flight After Mistaking Math Equations for Terrorist Code**

**Rampage** | Opinion

**Ivy League economist ethnically profiled, interrogated for doing math on American Airlines flight**

# Vorbemerkungen

- Teilnahme ist freiwillig!
- Service-Angebot für Sie, damit Sie den Vorlesungen Physik A+B inhaltlich folgen können, und die Klausuren bestehen.
- Keine Leistungserhebung, deswegen keine Leistungspunkte.

# Mobiltelefon bitte ausschalten!



A green rectangular sign with rounded corners and a white border, mounted on two wooden posts. The sign features the word "Motivation" in a large, white, sans-serif font. The background is a clear blue sky with scattered white clouds.

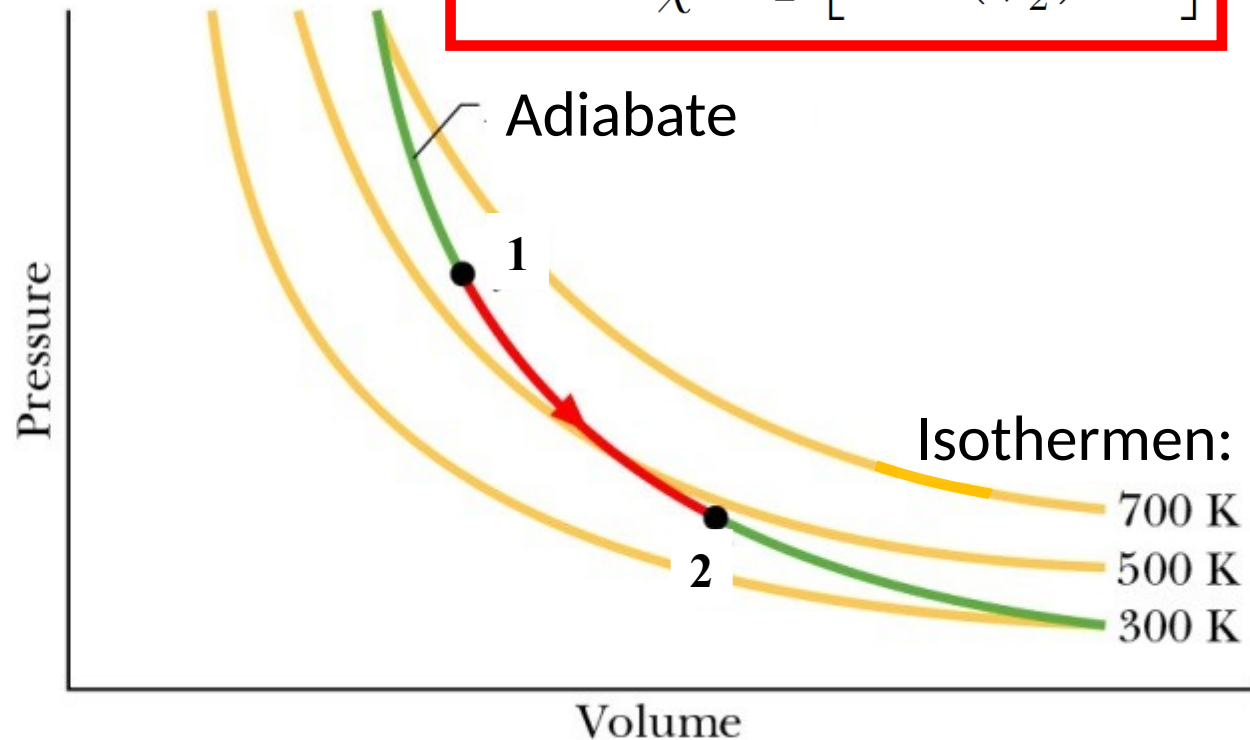
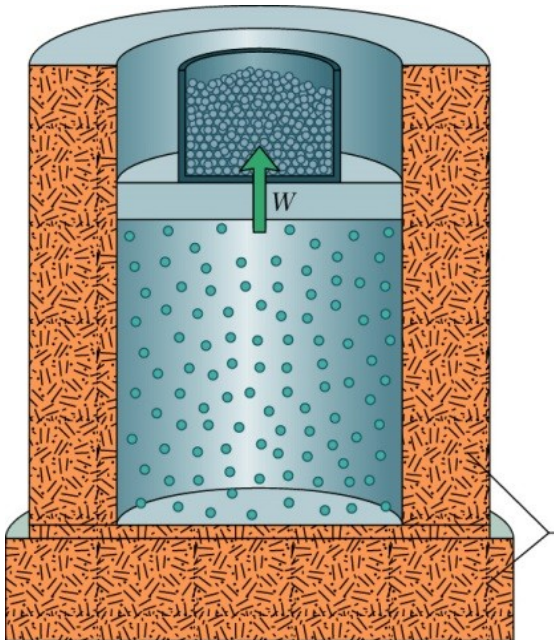
**Motivation**



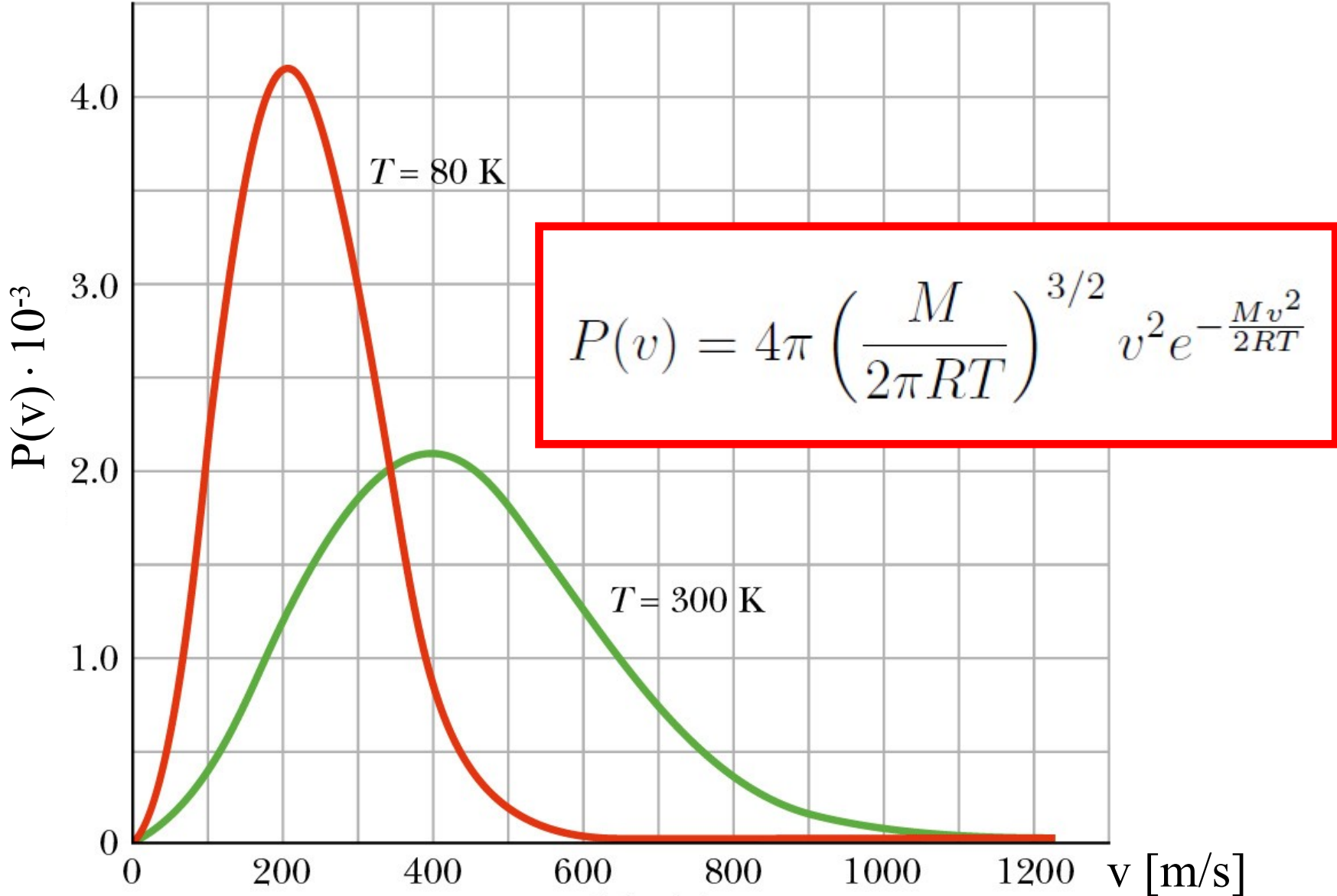
# Adiabatische Zustandsänderung

- Adiabatisch heißt:  $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta W$ .
- Realisierung: Sehr schnell ablaufende Prozesse.
- Hier gilt:  $pV^\chi = \text{const.}$ , mit  $\chi$  („chi“) = Adiabatenindex.

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1}{\chi - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\chi - 1} \right]$$



# Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung



# Plancksches Strahlungsgesetz

$$B_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \left( e^{hc/\lambda k_B T} - 1 \right)^{-1}$$

$\lambda$ : Wellenlänge

$T$ : Temperatur

$h$ : Plancksche Konstante;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js

$c$ : Lichtgeschwindigkeit;  $c = 2,9979 \cdot 10^8$  m/s

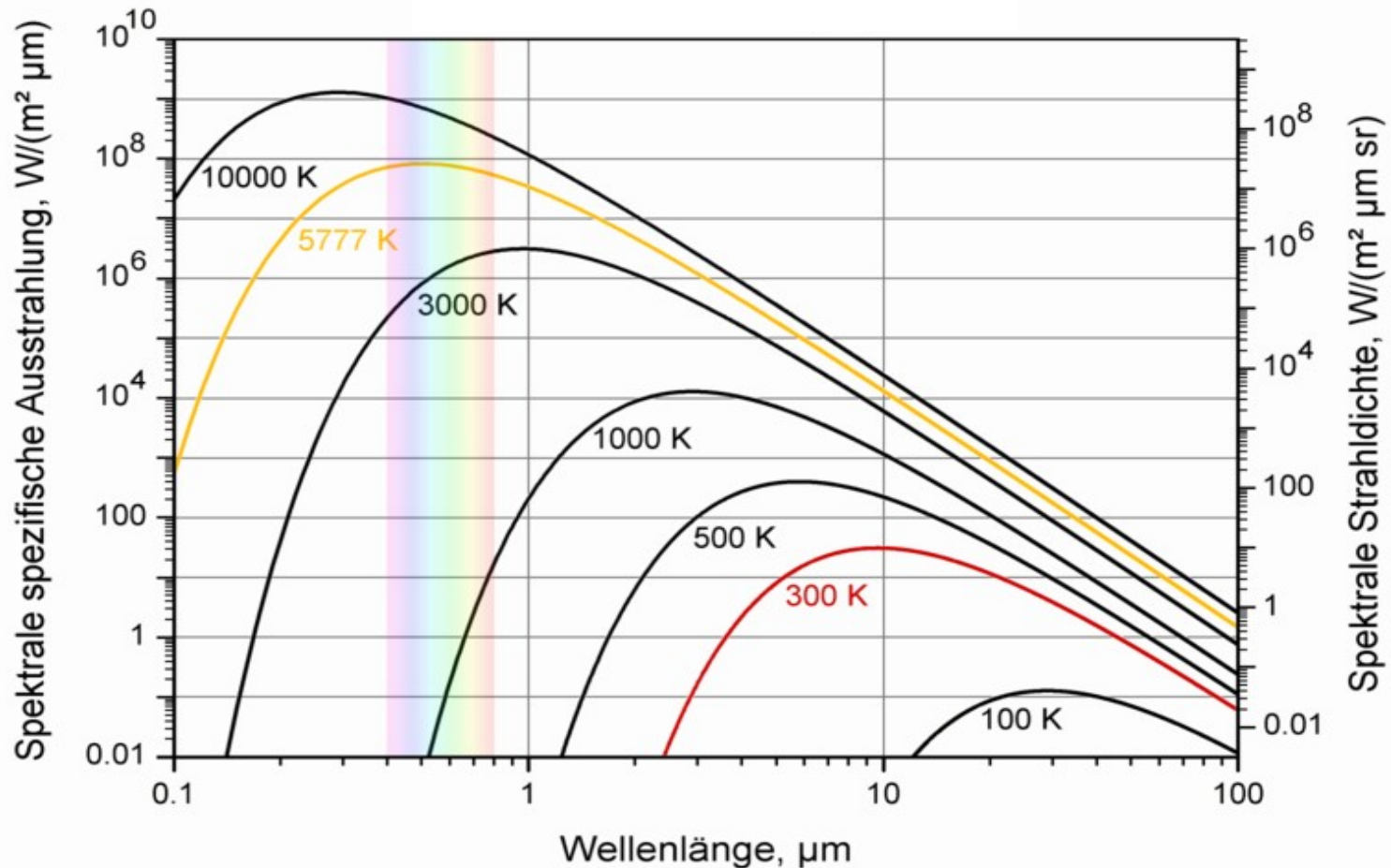
$k_B$ : Boltzmann-Konstante;  $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}$  J/K

Integration von  $B_{\lambda}(\lambda, T)$  über alle Wellenlängen  $\lambda$ ,  
Raumwinkel  $\Omega$ , und Oberfläche  $A$  liefert Leuchtkraft  $L$ .

# Wiensches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} = \frac{2,9 \text{ mm}}{T [\text{K}]}$$

Exp.: Glühdraht



# 2D-Kinematik

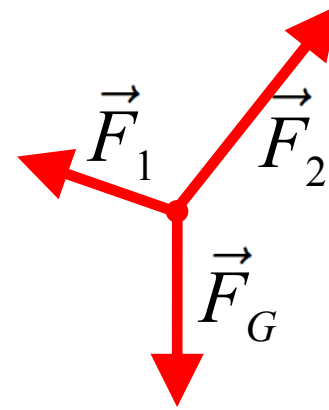
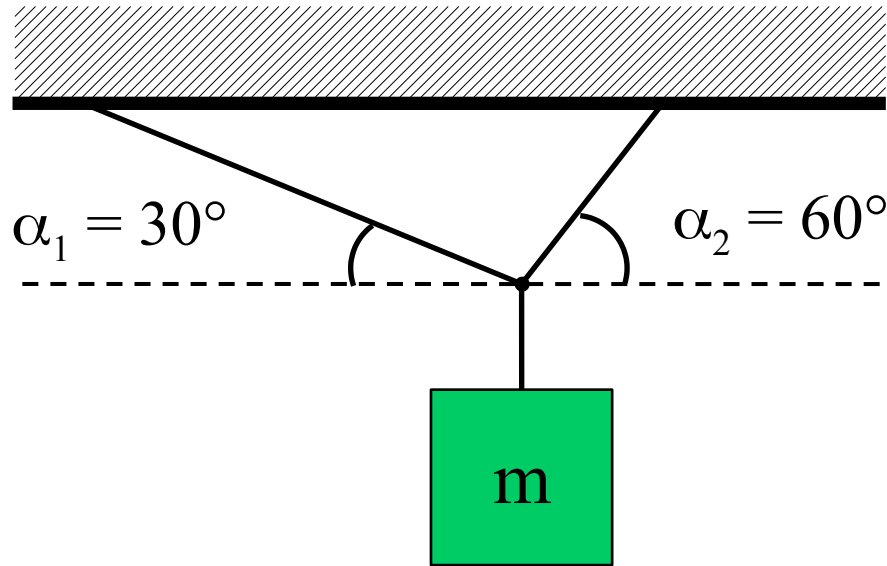
- Bewegungen in einer Ebene.
- Wenn Koordinatenachsen senkrecht (z.B. kartesisches Koordinatensystem; Gegenbeispiel: Polarkoordinaten), dann ist die 2D-Bewegung die Vektorsumme zweier unabhängiger 1D-Bewegungen.
- Daher nun Übergang zu Vektorgrößen:

$$x \rightarrow \vec{x}$$

$$v \rightarrow \vec{v} := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

$$a \rightarrow \vec{a} := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

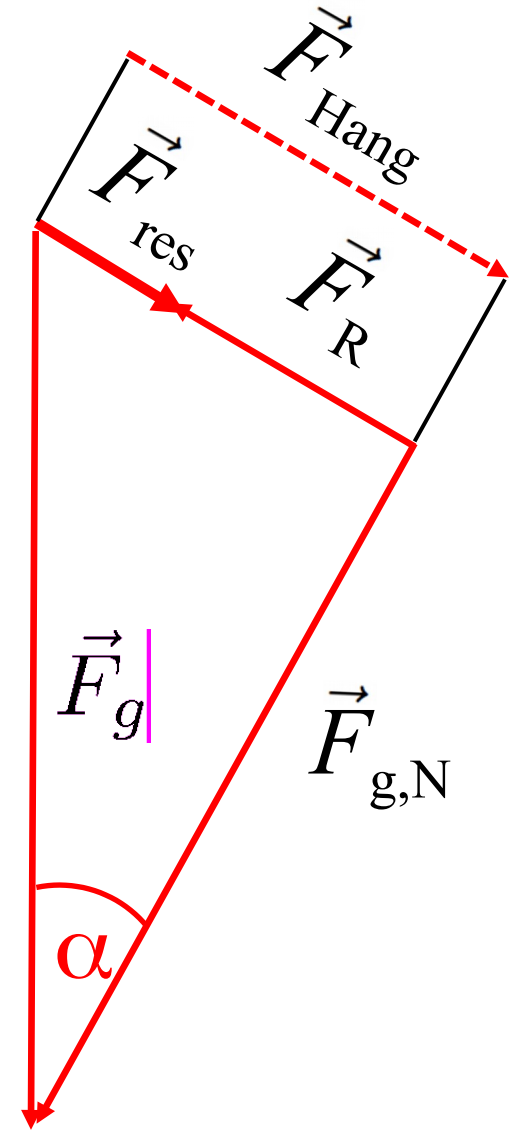
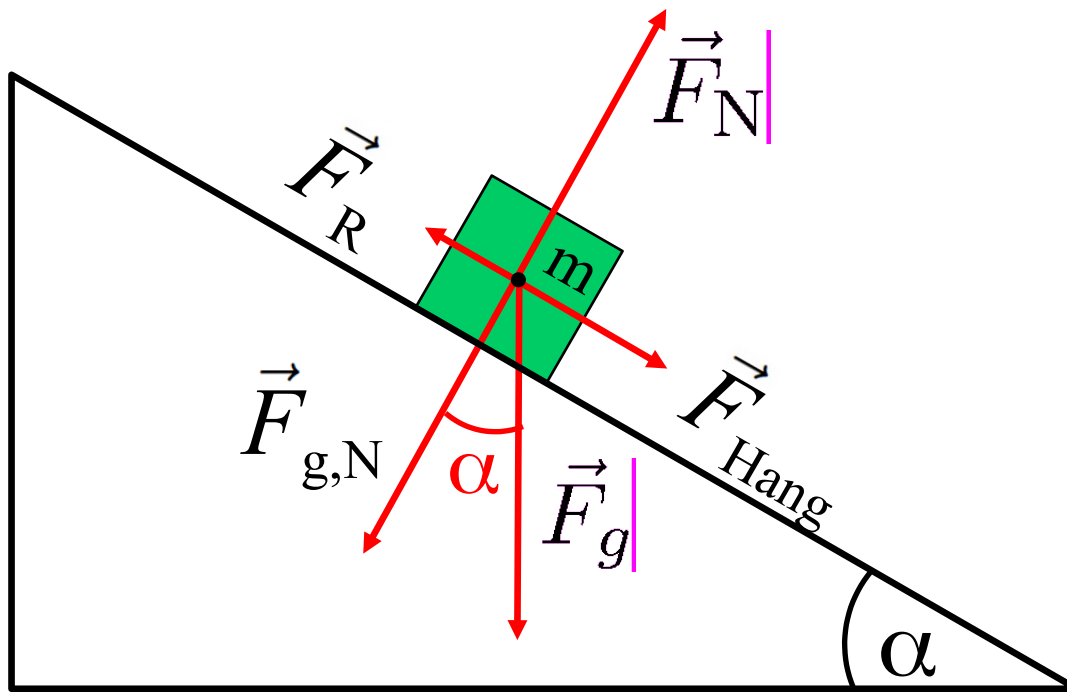
# Kräftediagramme



$$|\vec{F}_2| = \frac{mg}{\sin \alpha_2 + \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1} = 8,5 \text{ N} \quad (m = 1 \text{ kg})$$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = 4,9 \text{ N} \quad (m = 1 \text{ kg})$$

# Schiefe Ebene mit Reibung



$$F_{res} = m \cdot g (\sin \alpha - \mu_G \cos \alpha)$$

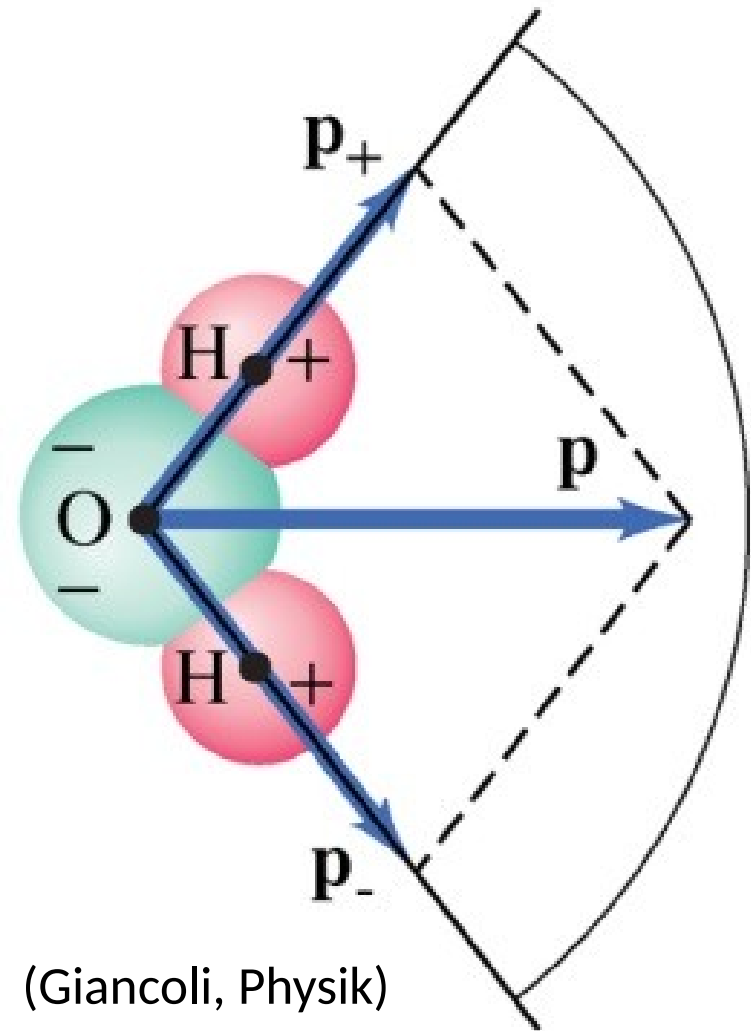
# Dipolmoment von Molekülen

H<sub>2</sub>O  $6,152 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

CO  $0,367 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

NaCl  $28,356 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$

(Quelle: Wikipedia)

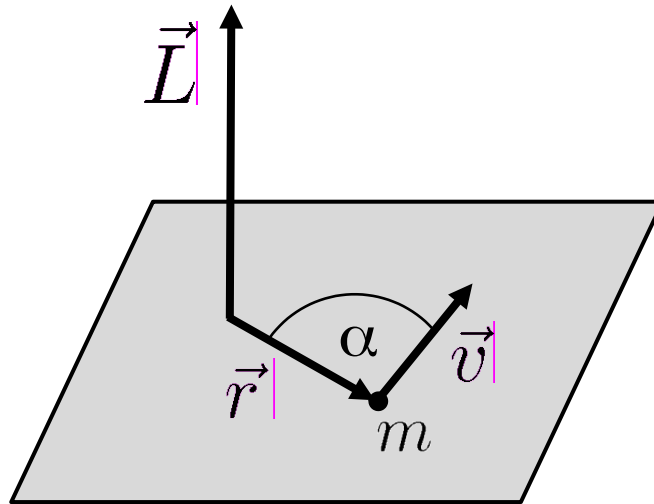


(Giancoli, Physik)



# Drehimpuls

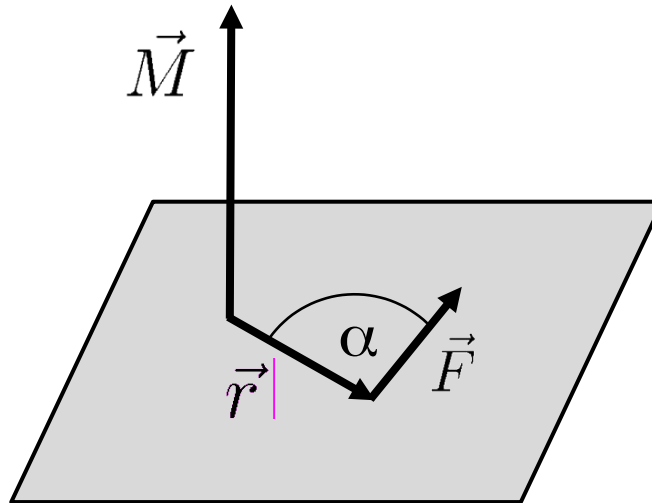
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$



# Drehmoment

$$\vec{M} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

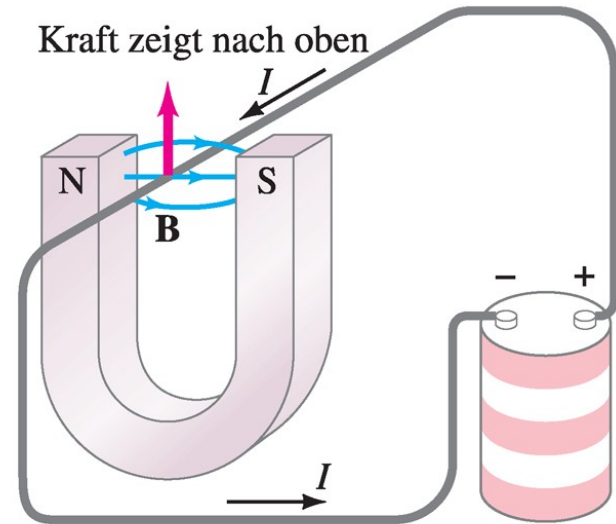
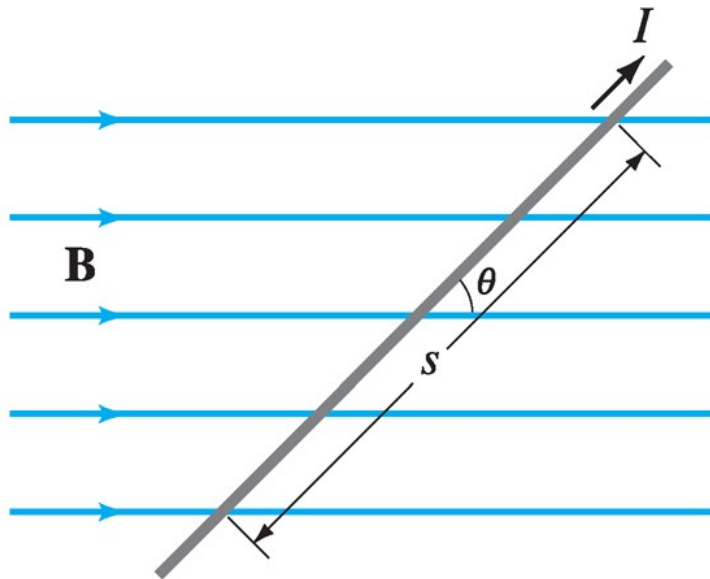
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



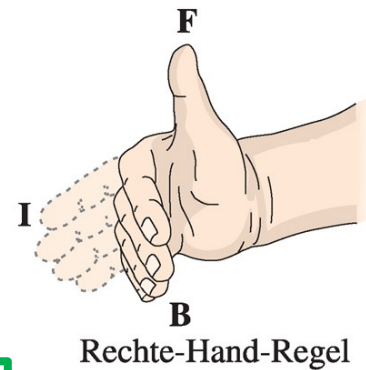
# Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

$$\vec{F} = I \vec{s} \times \vec{B}$$

$$[B] = \frac{\text{N}}{\text{A m}} = \text{Tesla} = \text{T} = 10^4 \text{ Gau\ss}$$



(Giancoli, Physik)

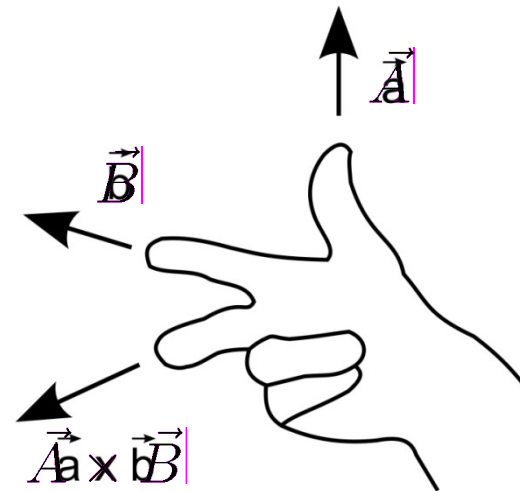
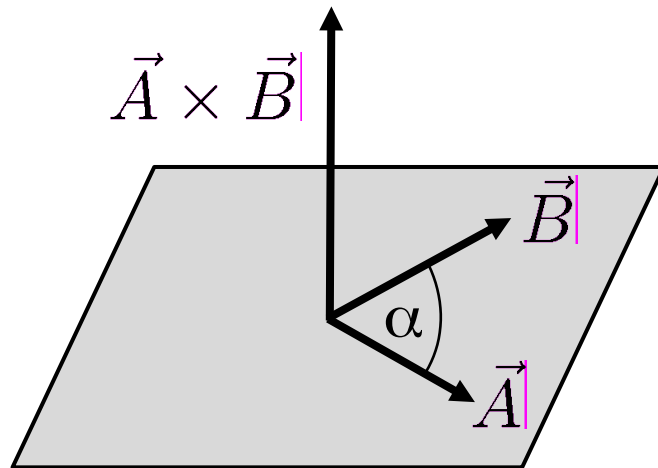


**Exp.: Kraft zwischen zwei Kabeln**

# Vektorkreuzprodukt

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{n} |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

- $|\vec{A} \times \vec{B}|$  = Fläche des Parallelogramms, das durch die beiden Vektoren aufgespannt wird.
- Der Normalenvektor  $\vec{n}$  steht senkrecht auf  $\vec{A}$  und  $\vec{B}$ .
- Orientierung von  $\vec{n}$ : Rechte-Hand-Regel.



# Berechnung des Kreuzprodukts mit der Regel von Sarrus

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z & \vec{e}_x & \vec{e}_y \\ A_x & A_y & A_z & A_x & A_y \\ B_x & B_y & B_z & B_x & B_y \end{vmatrix}$$

■ Hauptdiagonalen: +

■ Nebendiagonalen: -

$$= \vec{e}_x A_y B_z + \vec{e}_y A_z B_x + \vec{e}_z A_x B_y - \vec{e}_z A_y B_x - \vec{e}_x A_z B_y - \vec{e}_y A_x B_z$$
$$= \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

# Eigenschaften des Kreuzprodukts

- (1) Wenn  $|\vec{A}| \neq 0$  und  $|\vec{B}| \neq 0$ , aber  $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ , dann ist  $\vec{A} \parallel \vec{B}$ .
- (2) Für gegebene  $\vec{A}$  und  $\vec{B}$  hat  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  den größten Wert, wenn  $\vec{A} \perp \vec{B}$ .
- (3)  $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$  (wg. rechter-Hand-Regel).
- (4)  $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$ .
- (5)  $(\lambda\vec{A}) \times \vec{B} = \lambda(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \times (\lambda\vec{B})$ .
- (6) Für die Einheitsvektoren im kartesischen Koordinatensystem gilt:
  - (a)  $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$ ;
  - (b)  $\vec{e}_y \times \vec{e}_z = \vec{e}_x$ ;
  - (c)  $\vec{e}_z \times \vec{e}_x = \vec{e}_y$ .

# Kraft

- Kraft ist definiert als die zeitliche Änderung des Impulses:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Wenn  $v \ll c$ , d.h. im nicht-relativistischen Fall.

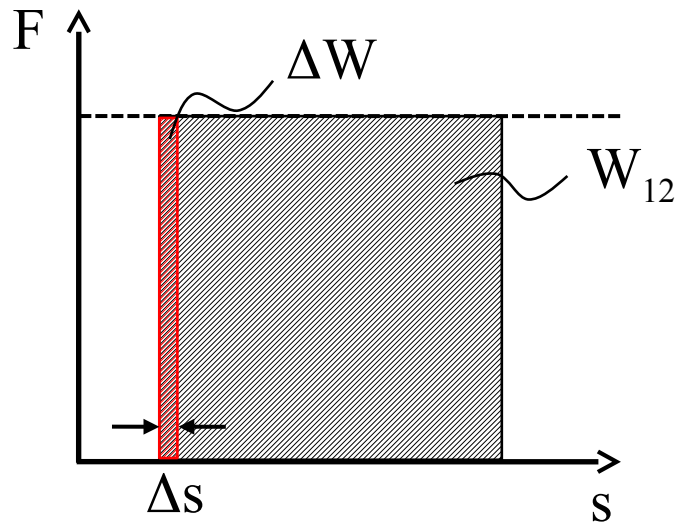
- Einheiten:

$$[\vec{F}] = \text{Newton} = \text{N} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

- Beispiel: Schwerkraft.  $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$

# Kraft-Weg-Diagramme

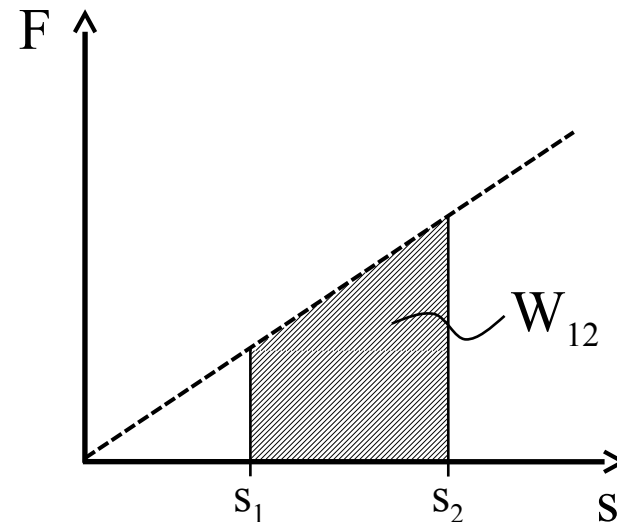
- Ortsunabhängige Kräfte:



$$\Delta W = F \cdot \Delta s$$

$$W = F \cdot s$$

- Ortsabhängige Kräfte:



$$dW = F ds$$

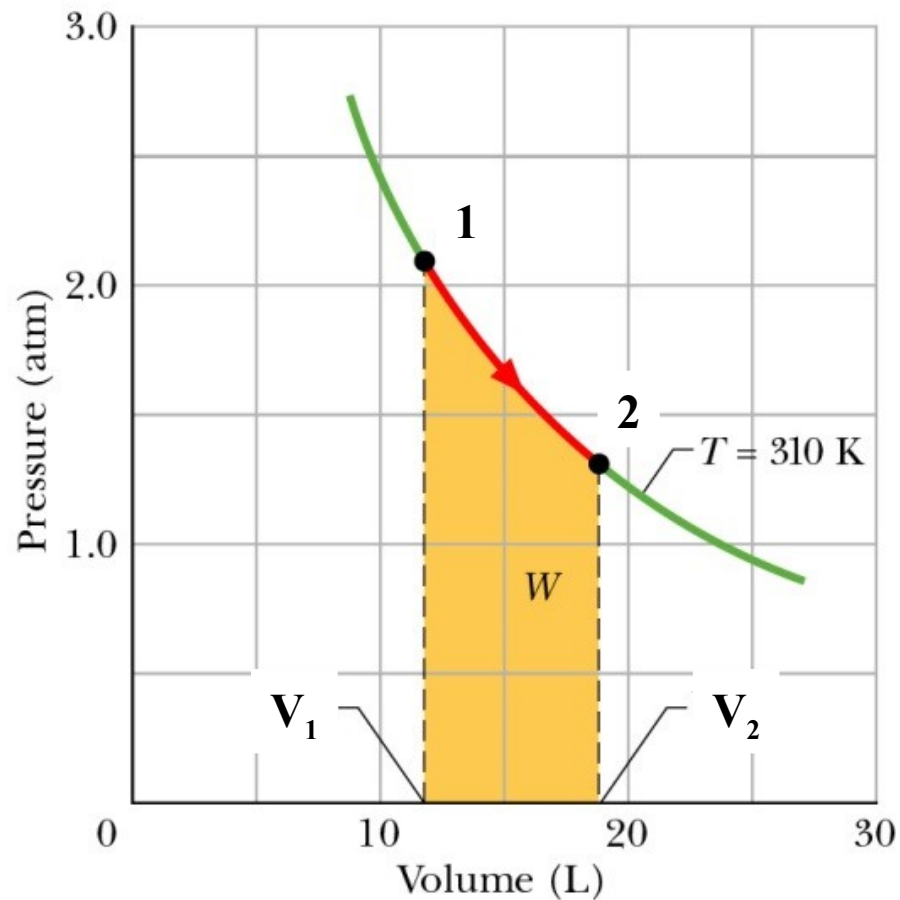
$$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} F ds$$



# Zustandsänderungen und Arbeit

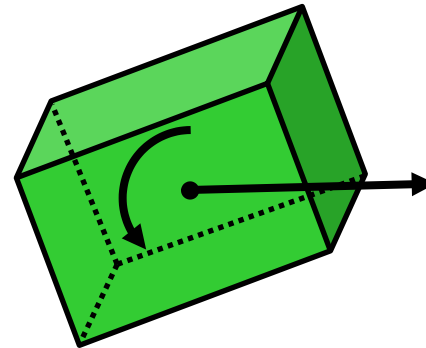
$$W_{12} = \int dW = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

- D.h. die Arbeit  $W_{12}$  entspricht der Fläche unter der Kurve der Zustandsänderung im  $p,V$ -Diagramm.



# Starre Körper

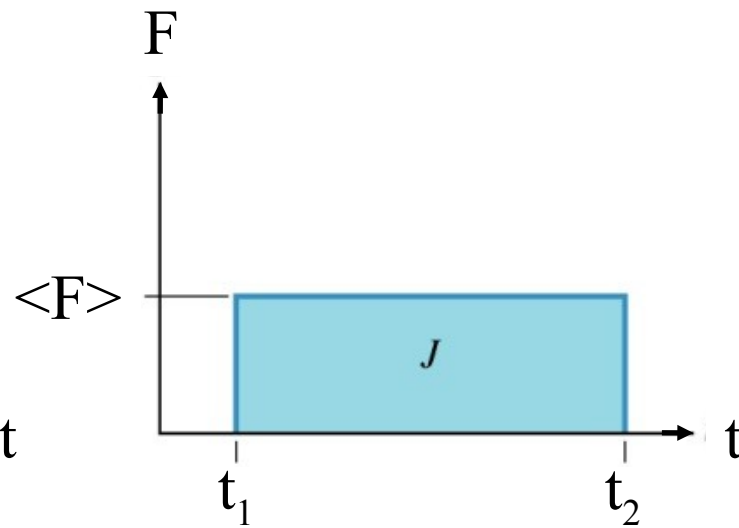
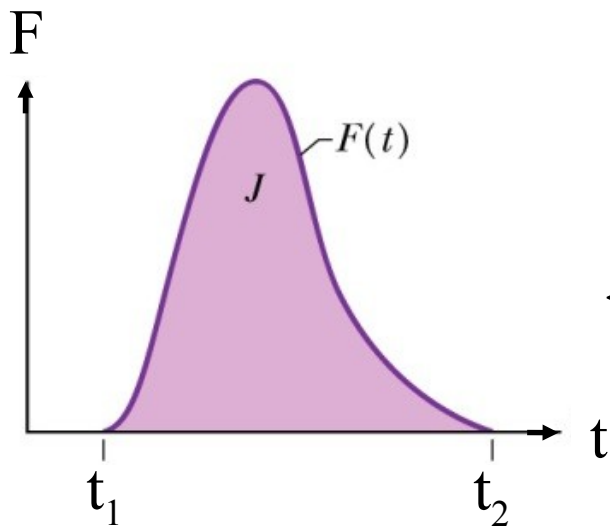
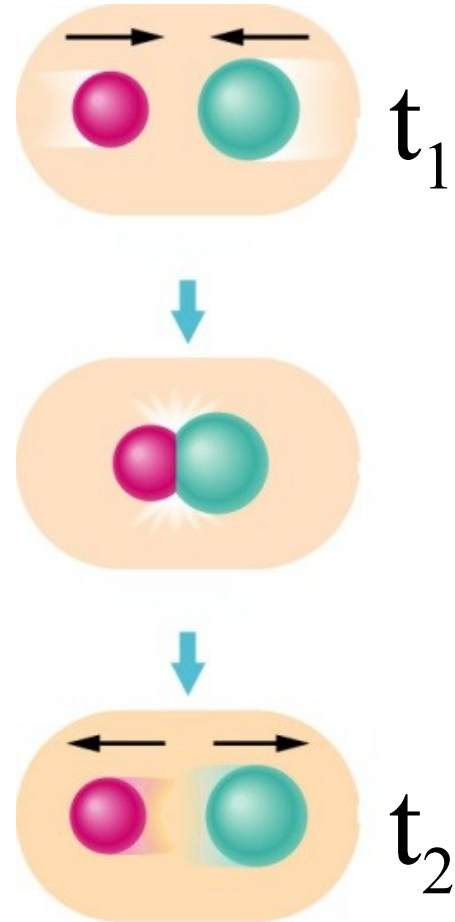
- **Definition:** Verteilung der Masse innerhalb des Körpers ist konstant.
- Gegenbeispiel: Mit Wasser gefüllter Luftballon.
- Komplexe Bewegungen können zerlegt werden in
  - a) Translationsbewegung des Schwerpunkts;
  - b) Rotation des Körpers um den Schwerpunkt.
- Koordinaten des Schwerpunkts bei kontinuierlicher Massenverteilung:



$$x_s = \frac{1}{M} \int x \, dm \quad y_s = \frac{1}{M} \int y \, dm \quad z_s = \frac{1}{M} \int z \, dm$$

# Kraftstoß

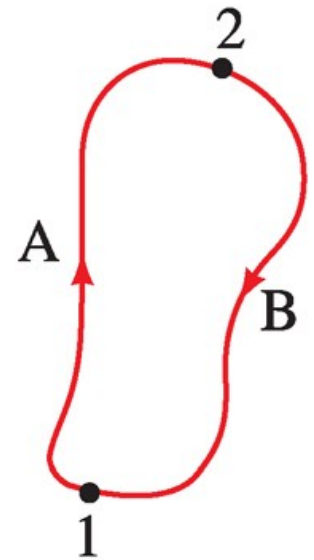
$$\Delta \vec{p} = \vec{J} := \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$$



# Konservative Kräfte

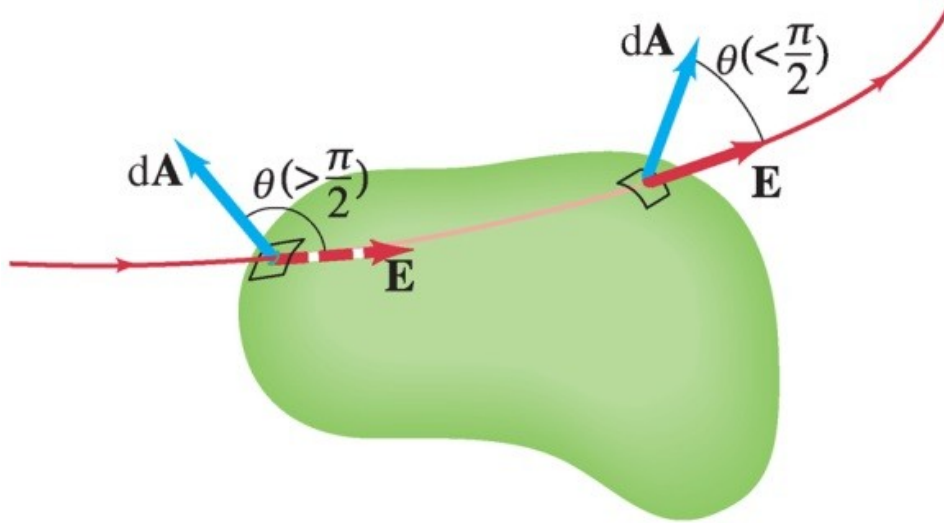
- Bei konservativen Kräften hängt die geleistete Arbeit nur vom Anfangs- und Endpunkt der Bewegung ab, und *nicht* vom Weg zwischen diesen Punkten.
- Andere Formulierung: Integral über einen geschlossenen Weg ist Null.

$$\oint \vec{F} d\vec{s} = 0$$



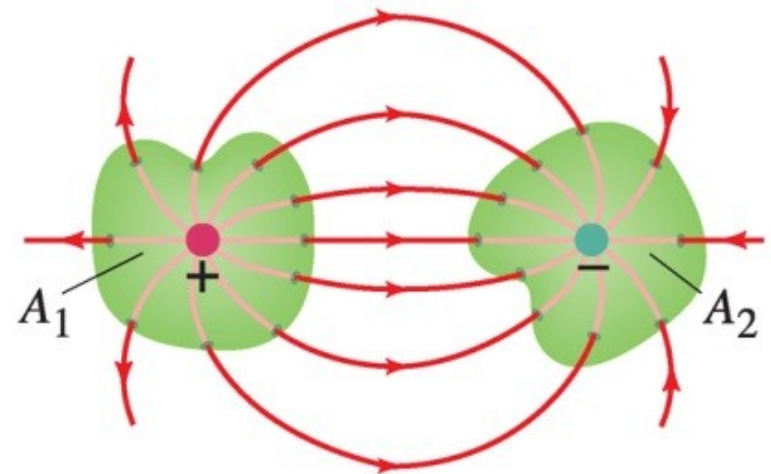
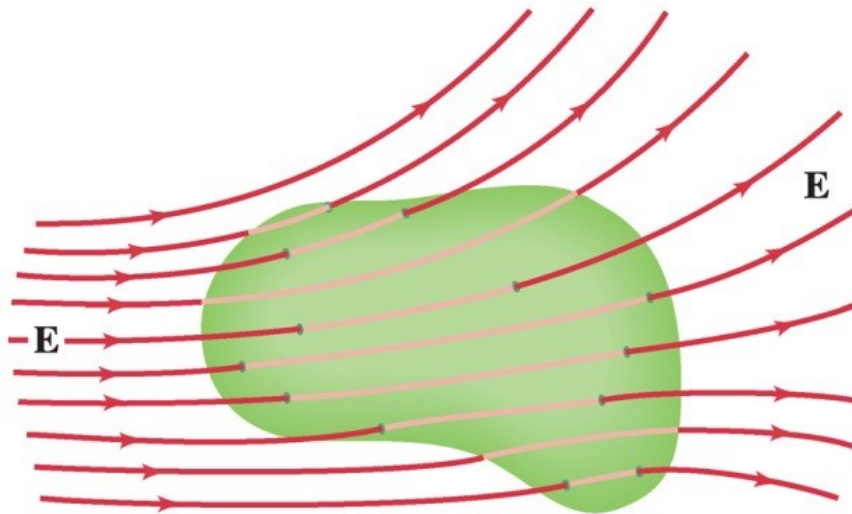
- Beispiel: Gravitationskraft. Geleistete Arbeit hängt nur von Höhendifferenz ab ( $W_{12} = m \cdot g \cdot \Delta h$ ).

# Gaußscher Satz für das E-Feld



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ein}}}{\epsilon_0}$$

Das elektrische Feld  
ist ein Quellenfeld.



(Giancoli: Physik)

# Elektrisches Potential $\Phi$

$$\Phi = \frac{E_{\text{pot}}}{q} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

- Zusammenhang zwischen  $\Phi$  und dem E-Feld:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

mit dem Nabla-Operator (auch  $\nabla$ )

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

# Maxwell-Gleichungen

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{ein}}/\epsilon_0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} - \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 i_{\text{um}}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

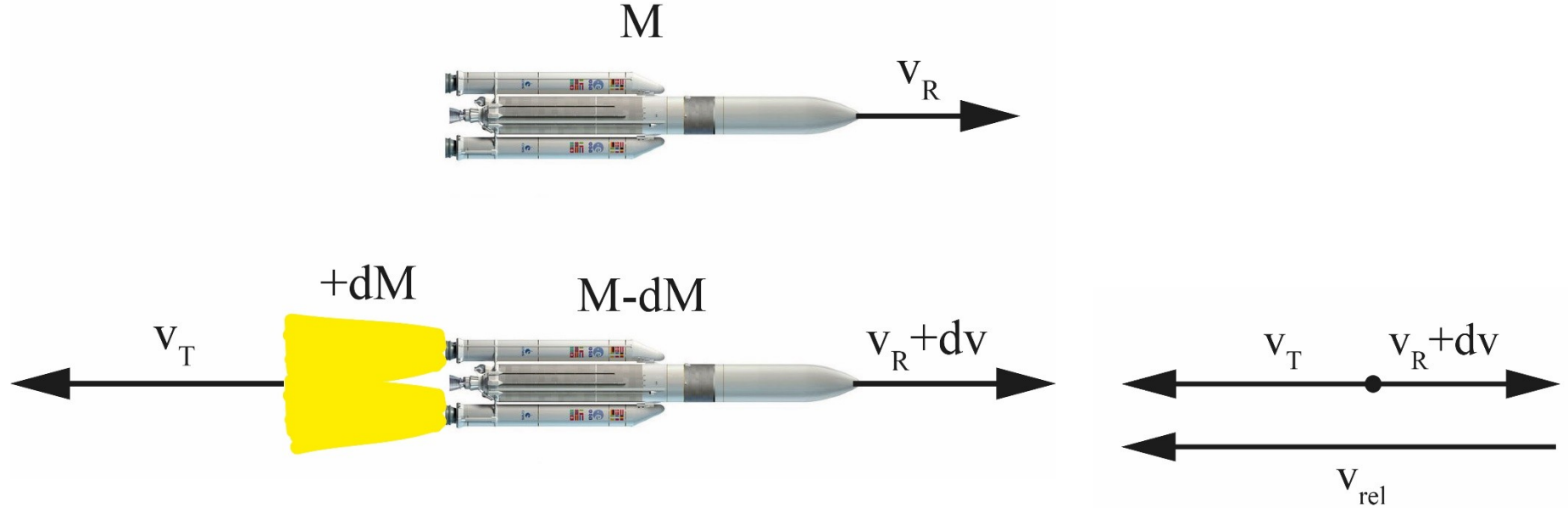
$$\text{rot } \vec{B} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j}$$

# Gradient, Divergenz, Rotation

- Gradient (grad):
- Divergenz (div):
- Rotation (rot):



# Raketen



$$\frac{dM}{dt} v_{rel} = M a$$

$$v_2 - v_1 = -v_{rel} \ln \frac{M_1}{M_2}$$

- $dM/dt < 0$  und  $v_{rel} < 0$ .
- Schwerebeschleunigung nicht berücksichtigt!

# Gedämpfte Schwingungen

- Differentialgleichung für **ungedämpfte** harmonische Schwingungen (im Falle des Federpendels):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{D}{m} x = 0$$

- Annahme: Reibungskraft  $F_R$  proportional zur Geschwindigkeit  $v$ , d.h.

$$F_R = -b v$$

- Differentialgleichung für **gedämpfte** harmonische Schwingungen (im Falle des Federpendels):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{D}{m} x = 0$$

# Erzwungene Schwingungen

- Ein gedämpfter, harmonischer Oszillator werde mit einer periodischen äußeren Kraft  $F(t)$  angeregt:

$$F(t) = F_m \cos \omega_e t$$

- Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{D}{m} x = \frac{F_m}{m} \cos \omega_e t$$

(Inhomogene, lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.)

# Erzwungene Schwingungen

- Lösung der o.g. Differentialgleichung:

$$x(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega' t + \varphi) + A_V \cos(\omega_e t - \phi)$$

mit der Verschiebungsamplitude  $A_V$

$$A_V = \frac{F_m}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + b^2\omega_e^2}}$$

Für die Phasendifferenz  $\phi$  gilt:

$$\tan \phi = \frac{b\omega_e}{m(\omega_0^2 - \omega_e^2)}$$

# Der Dozent



**Dr. Hans-Günter Ludwig**

Zentrum für Astronomie

Landessternwarte

H.Ludwig@lsw.uni-heidelberg.de

06221-54-1788 (Büro)

06221-54-1781 (Sekretärin)

**Webseite mit Kursmaterial, vornehmlich Aufgaben:**

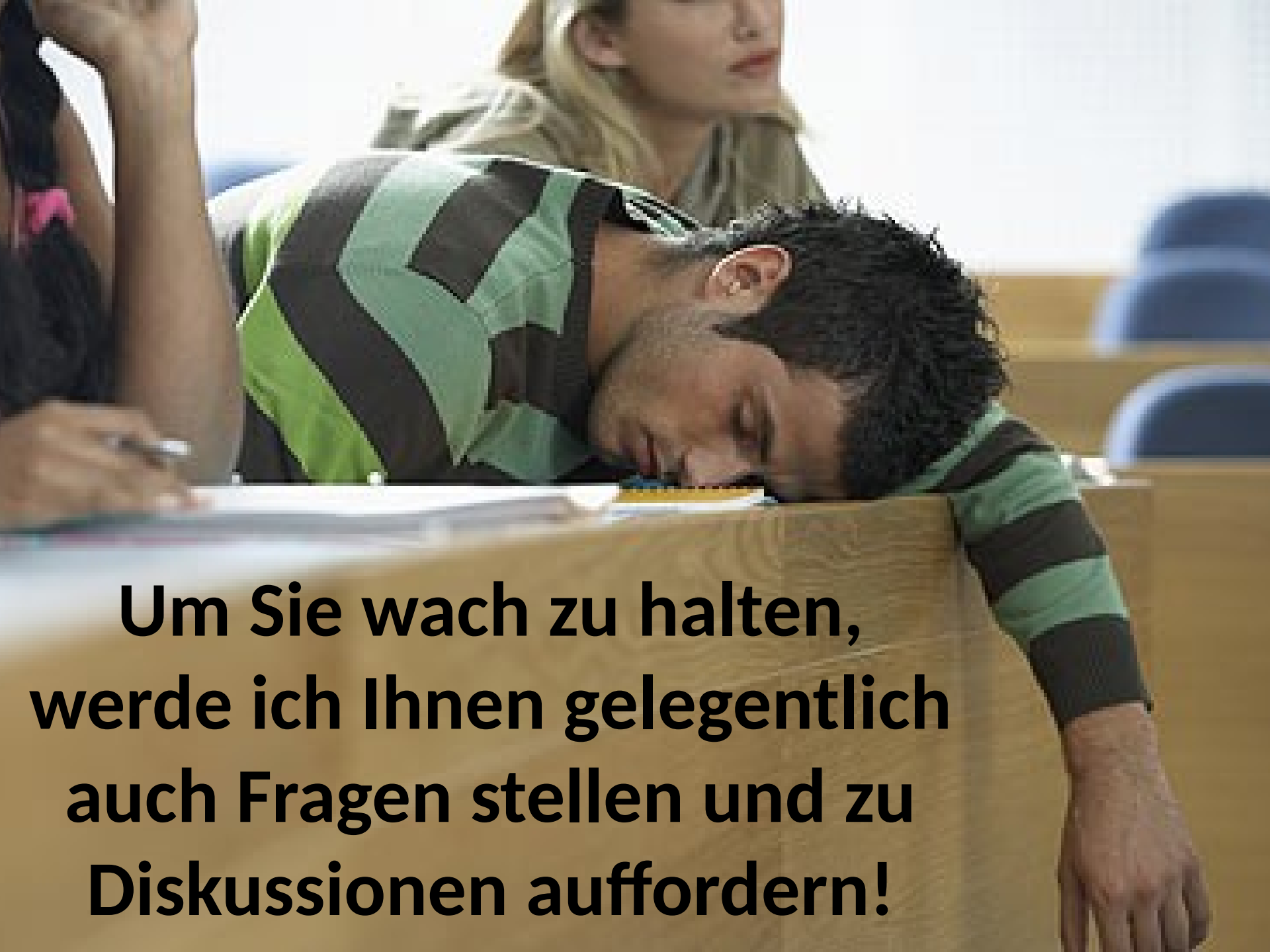
**<https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/hludwig/MatheVorkurs2019>**

# Format

- Erklärung eines Themengebietes an der Tafel, manchmal ein paar mit Folien zur Unterstützung.
- Selbständiges Lösen von Übungsaufgaben.  
Bei Fragen erstmal an die Nachbarn wenden, danach an die TutorInnen oder mich.  
**=> Bitte möglichst jede zweite Reihe frei lassen!**
- Vorführung und Diskussion des Lösungsweges.
- Zwischendurch mehrmals 15 Minuten Pause.

**Zwischenfragen sind erwünscht!**





**Um Sie wach zu halten,  
werde ich Ihnen gelegentlich  
auch Fragen stellen und zu  
Diskussionen auffordern!**



$$2 + 2 = 6$$

**Bitte machen Sie mich  
auf Fehler aufmerksam!**

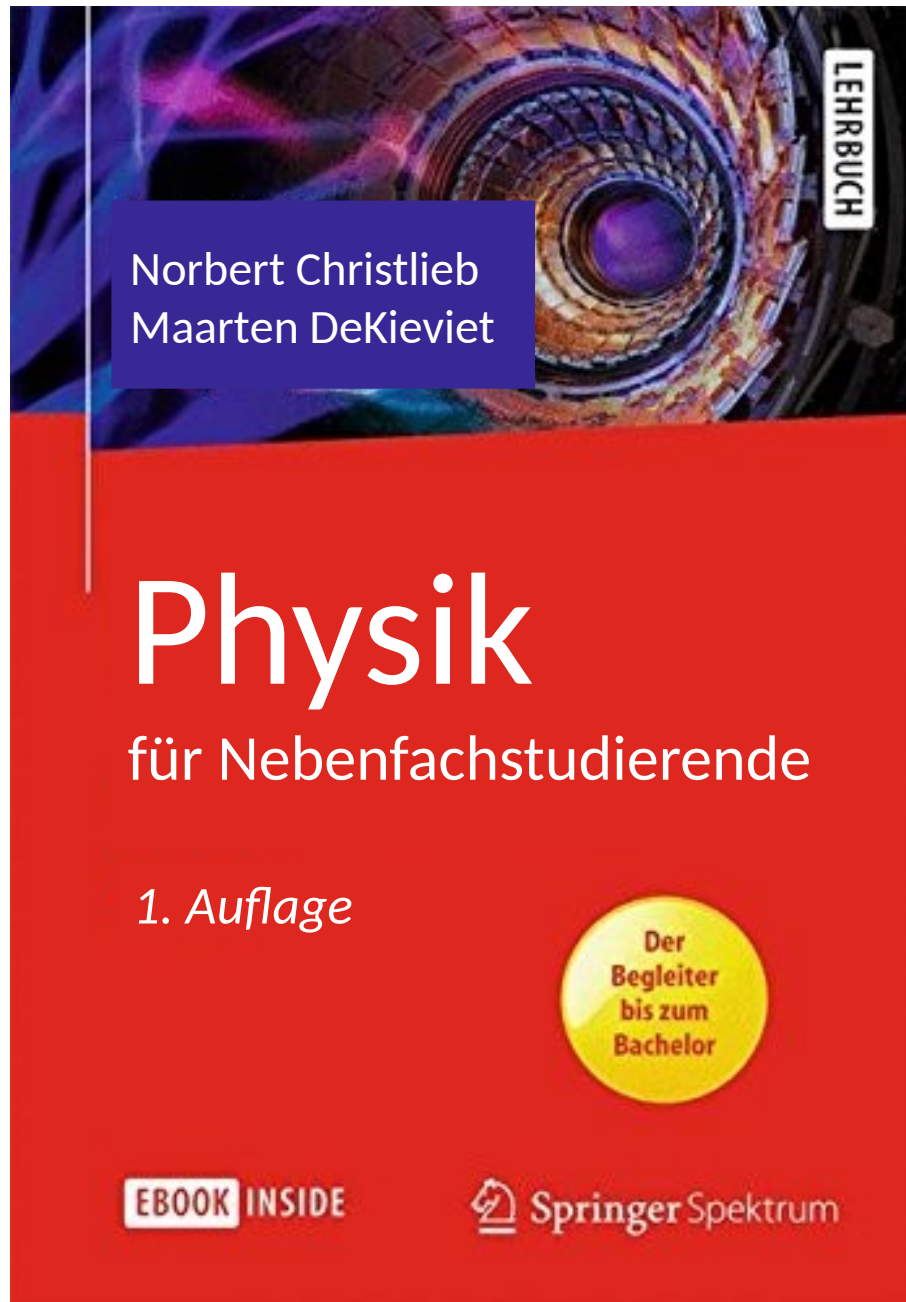


# Inhalt

- Nur das, was Sie wirklich unbedingt für die Vorlesungen Physik A+B brauchen.
- Praxisorientiert, rezeptartig; kaum mathematischen Beweise!

# Vorläufiger Stoffplan

- (1) Grundlagen (Zahlen, Zeichen, Gleichungen, physikalische Einheiten, Funktionen).
- (2) Differentialrechnung.
- (3) Integralrechnung.
- (4) Vektoranalysis.
- (5) Differentialgleichungen.
- (6) Komplexe Zahlen



Norbert Christlieb  
Maarten DeKieviet

LEHRBUCH

# Physik

für Nebenfachstudierende

1. Auflage

Der  
Begleiter  
bis zum  
Bachelor

EBOOK INSIDE

 Springer Spektrum

# Übungs- und Lehrbuch

Murray R. Spiegel:  
*Einführung in die höhere  
Mathematik*, McGraw-  
Hill, ca. 30 €.

(Leider nur noch  
antiquarisch... Bzw.  
Präsenzexemplare z.B. in  
der Physik.)

# SCHAUM

ÜBERBLICKE

AUFGABEN

## EINFÜHRUNG IN DIE HÖHERE MATHEMATIK

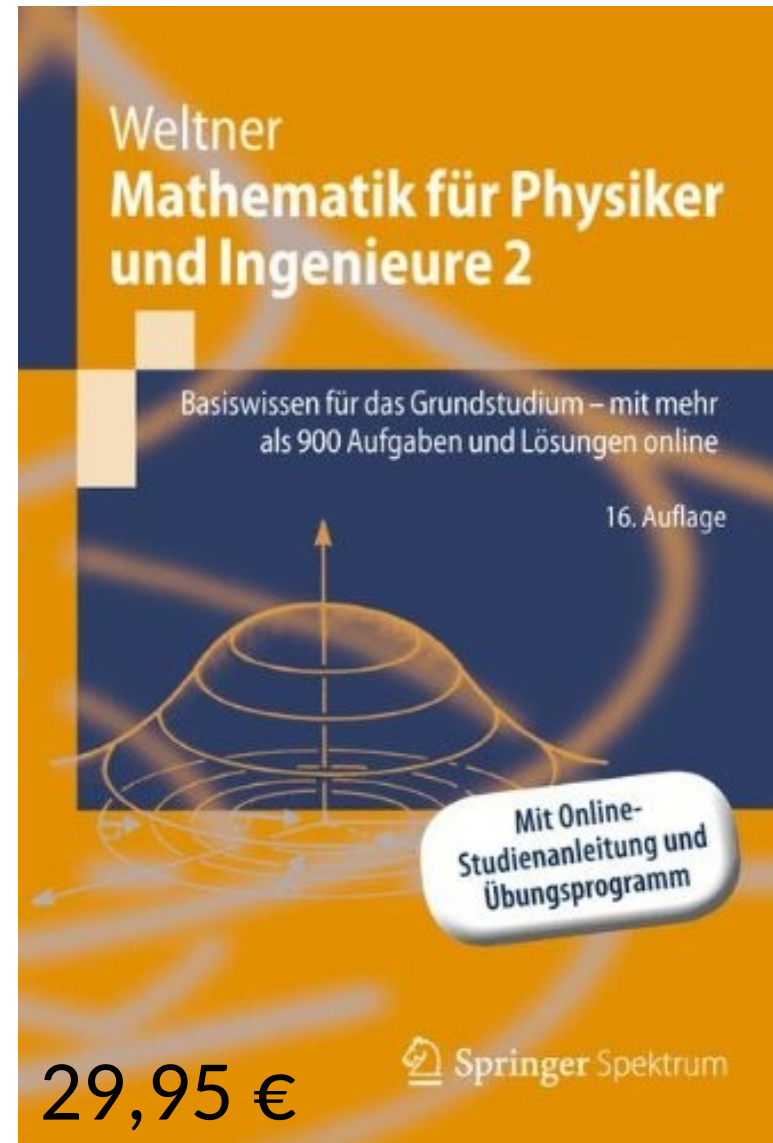
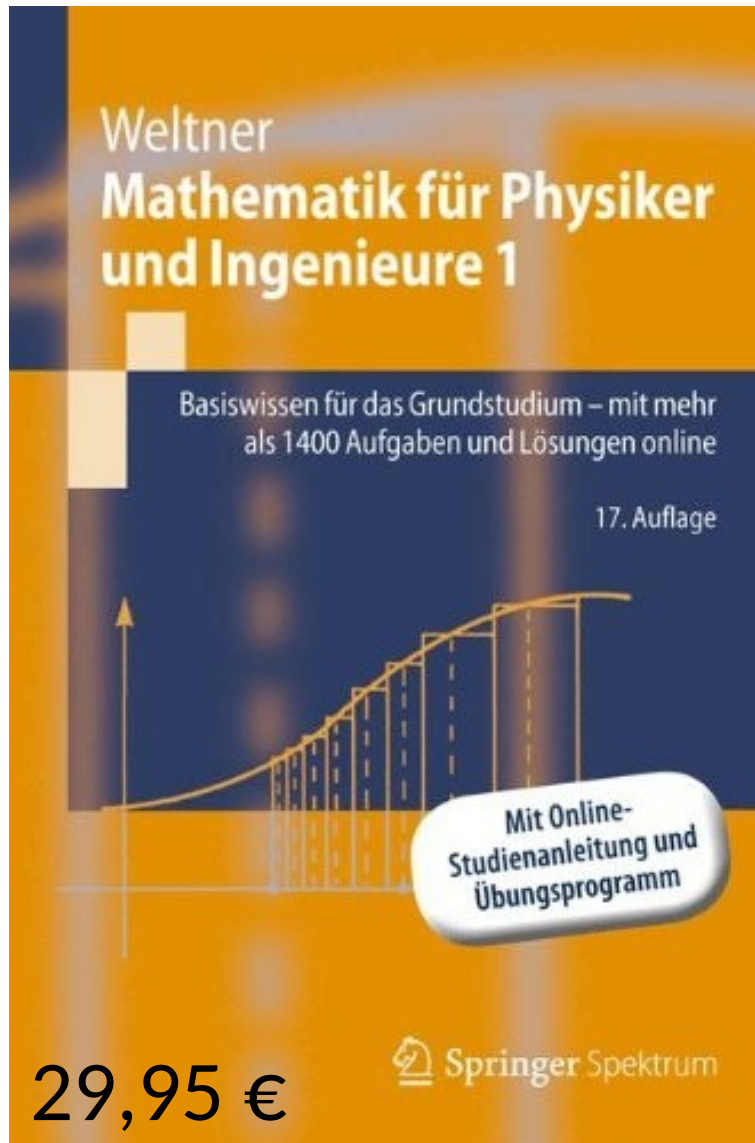
Theorie und Anwendung

Murray R. Spiegel

925  
ausführliche  
Lösungsbeispiele

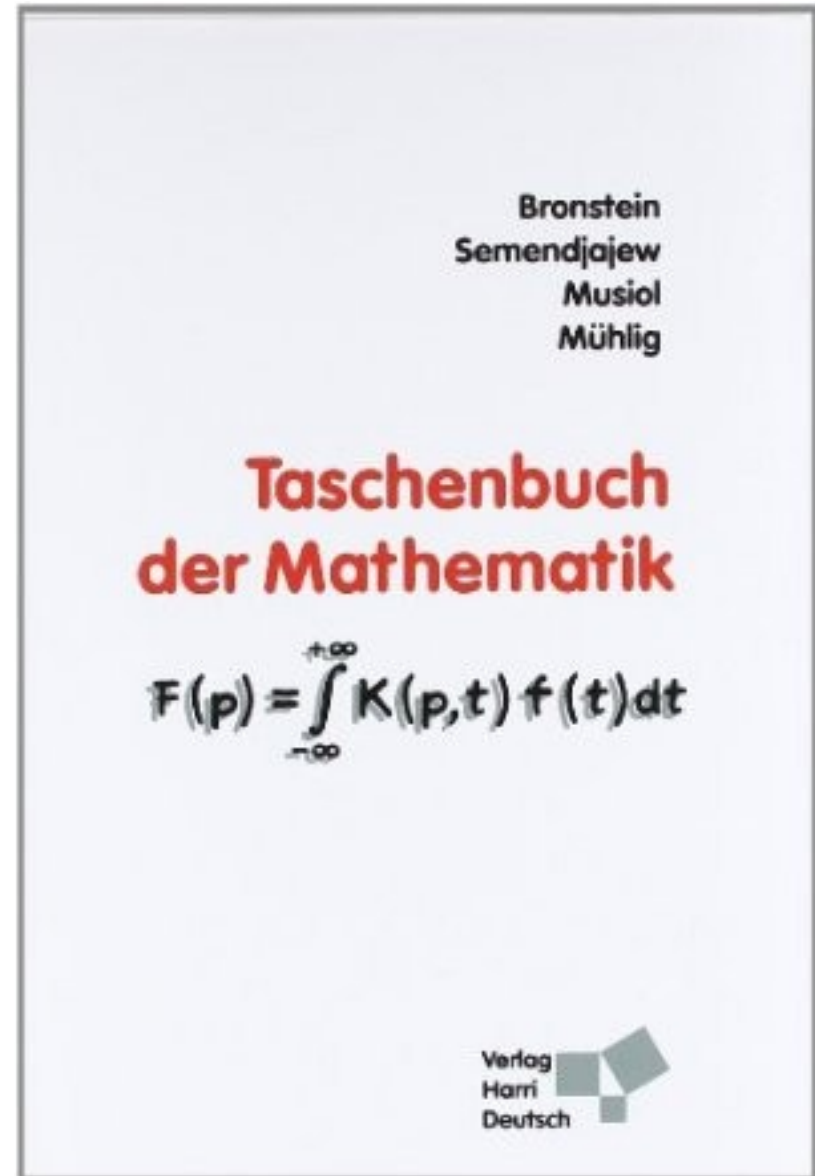
McGRAW-HILL BOOK COMPANY

# Lehr- und Übungsbücher



# Mathematik-Nachschlagewerk

Bronstein, Semendjajew,  
Musiol, Mühlig: *Taschenbuch  
der Mathematik*, Verlag Harri  
Deutsch, ca. 29,95 €.



# Weitere Materialien

- Vorkurs Physik A+B von Jörg Marks:  
<http://www.physi.uni-heidelberg.de/~marks/mathevorkurs/>

(ACHTUNG: Einige kleinere Fehler...)

- Vorkurs Physik Hauptfach von Klaus Hefft:  
<https://www.thphys.uni-heidelberg.de/~hefft/vk1>

Umfangreicher als was hier besprochen wird

In Deutsch, Englisch, Spanisch, Russisch

Viele Aufgaben mit Lösungen zum Selbststudium



A large brown bear is lying down on a grey, textured rock surface. The bear's head is resting on the left side of the rock, and its body extends towards the right. The bear's fur is thick and brown. A semi-transparent dark grey rectangular box is overlaid on the bear's midsection, containing the text "15 Minuten Pause!".

**15 Minuten Pause!**